

ных покрытий TiN с целью получения эндокардиальных электродов с уровнем поляризации  $< 0,5$  мВ, что в конечном итоге приведет к широкому внедрению во врачебную практику электрокардиостимулятора с автоматическим подбором порога стимуляции. Внедрение электрокардиостимулятора с автоматическим подбором порога стимуляции позволит без уменьшения ресурса электрокардиостимулятора значительно (в 1,5...2 раза) уменьшить габариты имплантируемых электрокардиостимуляторов.

#### Список литературы:

1. *Tornton J.A., Hoffman D.W.* Thin Solid Films. 1989. Vol. 171. PP. 5-31.
2. *Loose T., Frericks M., Giesel T., Herklotz G.* Characterization of Sputter Deposited Iridium Oxide Coating for Medical Implants / Int. Symp. on Indium. 2000 TMS Annual Meeting. Nashville, TN, 12-16, March, 2000.
3. *Specht H., Kruger F., Wachter H.J., Keitel O., Leithold C., Frericks V.* Structural properties of PVD coatings on implants and their influence on stimulation performance in pacing applications. – W.C. Heraeus GmbH & Co. KG, Hanau, Germany.
4. *Горшенин К.Г. и др.* Особенности использования современных отечественных электродов: первые результаты применения электродов ЭЛОД и ЭЛБИ МЛПУ / «Городская больница скорой медицинс-

кой помощи», г. Н. Новгород, НПФ «Элестим-Кардио», г. Москва. Материалы V Международного конгресса «Кардиостим-2002» по сайту [http://www.elestim-cardio.ru/to\\_doctors/information/](http://www.elestim-cardio.ru/to_doctors/information/).

*Евгений Степанович Андреев,*  
директор,

ООО «НПП Булат»,

*Юрий Сергеевич Василенко,*

гл. инженер,

ЗАО «Кардиоэлектроника»,

*Александр Александрович Зверев,*

гл. инженер,

ООО «НПП Булат»,

*Олег Иосифович Обрезков,*

канд. техн. наук,

начальник лаборатории,

РНИЦ «Курчатовский институт»,

*Игорь Васильевич Самойленко,*

канд. мед. наук,

зав. кардиохирургическим отделением,

ГКБ № 4,

г. Москва,

*e-mail: vasilenko.u@mail.ru*

*Ю.А. Кукушкин, А.И. Майстров, А.В. Богомоллов*

## МЕТОДЫ АППРОКСИМАЦИИ РИТМОКАРДИОГРАММ ДЛЯ РАСЧЕТА ОЦЕНОК СПЕКТРАЛЬНЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ВАРИАБЕЛЬНОСТИ СЕРДЕЧНОГО РИТМА

### Аннотация

Рассмотрены методы аппроксимации ритмокардиограмм (РКГ) как неэквидистантных временных рядов для задач оценивания спектральных показателей variability сердечного ритма (ВСР). На основе модельных РКГ-сигналов исследованы передаточные функции интерполяторов, проведено сравнение экспериментально определенных и теоретически рассчитанных передаточных функций. Выполнен сравнительный анализ стабильности и точности оценки спектральных показателей ВСР в зависимости от используемого метода интерполяции на модельных сигналах и реальных данных. Разработана процедура коррекции передаточной функции с использованием линейной и сплайн-интерполяции, проведен анализ эффективности ее применения на модельных и реальных сигналах.

### 1 Введение

Многие процедуры диагностики функциональных состояний человека предполагают использование для поддержки принятия диагностических решений оценок спектральных показателей variability сердечного ритма (ВСР) [1]-[4], рассчитываемых по функции спектральной плотности мощности (СПМ). Оценка этой функции в большинстве случаев может быть корректно выполнена только для сигналов, равномерно квантованных во временной области.

Вследствие особенностей функционирования регуляторных систем организма человека исходная РКГ является сигналом, значения которого опре-

деляются через неравные интервалы времени: по оси абсцисс (неравномерно) откладывается время фиксации RR-интервалов, а по оси ординат – их длительность. Поэтому для выполнения частотного анализа РКГ (установление значений СПМ в различных диапазонах частот) требуется передискретизация РКГ с определением значений сигнала в эквидистантных (равноотстоящих точках). Большинство методов такого преобразования основывается на эквидистантной передискретизации сигнала – аппроксимации значений РКГ непрерывной функцией с последующей ее равномерной дискретизацией (квантованием) по времени на заранее заданное число отсчетов.

Среди методов аппроксимации РКГ непрерывными функциями наибольшее распространение получили методы интерполяции, т. е. методы аппроксимации, особенностью которых является соблюдение условия прохождения интерполяционной кривой через все заданные значения РКГ (что не является обязательным для прочих методов аппроксимации сигналов). Также следует отметить, что при обработке рядов RR-интервалов часто производится исключение или добавление интервалов, порождаемых артефактами различной природы. В результате в РКГ образуются «пустоты» или «лишние» интервалы, заполнение или ликвидация которых производится также с помощью методов интерполяции.

Многими авторами [1], [6], [13], [16], [17] отмечается определяющая роль выбора метода передискретизации сигнала в обеспечении точности расчета оценок спектральных показателей ВСП, при этом единого мнения (стандарта) относительно выбора способа передискретизации РКГ-сигнала не существует. Основой этого стандарта должен стать единый подход к аппроксимации РКГ для расчета оценок спектральных показателей ВСП, разработка которого и обусловила актуальность работы.

## 2 Обоснование выбора показателей качества аппроксимации сигнала РКГ

Анализ существующих методов расчета оценок спектральных показателей ВСП показал, что методика аппроксимации и эквидистантной передискретизации РКГ-сигналов применяется в большинстве случаев лишь как промежуточный этап при расчете оценки функции СПМ РКГ-сигнала, и сам аппроксимирующий сигнал непосредственно никак после этого не используется. Поэтому основным требованием, предъявляемым к методу аппроксимации РКГ-сигналов, является совпадение значений СПМ аппроксимирующей функции и РКГ-сигнала, при этом не предъявляется жестких требований к качеству аппроксимации сигнала. С другой стороны, естественным требованием, предъявляемым к методу аппроксимации сигналов РКГ, явля-

ется стабильность аппроксимации, которая обеспечивает адекватное, без осцилляций, представление (в том числе визуальное) аппроксимированной кривой во временной области.

Учитывая хаотический характер динамики сердечного ритма [4], вместо оценки отдельно взятых гармоник рекомендуется использовать показатели, характеризующие значения СПМ в определенных диапазонах частот [1]. Перечень этих показателей представлен в *табл. 1*.

Пусть исходная функция СПМ РКГ  $P_0(f)$  известна (при использовании модельных сигналов) или считается точной (при использовании золотого стандарта), а качество аппроксимации характеризуется полученная после выполнения процедуры аппроксимации и соответствующего преобразования Фурье функция СПМ  $P_a(f)$ . Тогда критерием эффективности метода аппроксимации РКГ-сигнала будет являться значение относительного отклонения СПМ аппроксимирующего сигнала  $P_a(f)$  от СПМ исходного сигнала РКГ  $P_0(f)$ , рассчитываемое как

$$\hat{e} = \frac{\int_{f_0}^{f_m} |P_a(f) - P_0(f)| df}{\int_{f_0}^{f_m} |P_0(f)| df} \cdot 100 \%, \quad (1)$$

где  $f_0, f_m$  – соответственно нижняя и верхняя границы используемого частотного диапазона. На практике расчет оценок спектральных показателей выполняется по дискретным функциям СПМ. Поэтому здесь и далее будут приводиться формулы расчета показателей, которые могут быть получены из непрерывных аналогов после выполнения замен операторов интегрирования на операторы суммирования. Так, формула (1) принимает вид

$$\hat{e} = \frac{\sum_{f=f_0}^{f_m} |P_a[f] - P_0[f]|}{\sum_{f=f_0}^{f_m} |P_0[f]|} \cdot 100 \%, \quad (2)$$

где  $P_0[f]$  и  $P_a[f]$  – дискретные аналоги функций  $P_0(f)$  и  $P_a(f)$  соответственно.

Относительное отклонение оценок спектральных показателей, представленных в *табл. 1*, рассчитанных по аппроксимирующему сигналу РКГ, от соответствующих оценок показателей, рассчитанных по исходному РКГ-сигналу, вычисляется как

$$e_k = \frac{I_{ak} - I_{0k}}{I_{0k}} \cdot 100 \% = \frac{\sum_{f=f_{0k}}^{f_{mk}} |P_a[f]| - \sum_{f=f_{0k}}^{f_{mk}} |P_0[f]|}{\sum_{f=f_{0k}}^{f_{mk}} |P_0[f]|} \cdot 100 \%, \quad (3)$$

Таблица 1

### Используемые спектральные показатели ВСП

Спектральный показатель	Граничная частота	
	нижняя, $f_{0k}$ , Гц	верхняя, $f_{mk}$ , Гц
СПМ РКГ-сигнала в высокочастотном (ВЧ) диапазоне – HF, мс <sup>2</sup> /Гц	0,15	min(0,4; ЧСС/2)
СПМ РКГ-сигнала в низкочастотном (НЧ) диапазоне – LF, мс <sup>2</sup> /Гц	0,04	0,15
СПМ РКГ-сигнала в очень низкочастотном (ОНЧ) диапазоне – VLF, мс <sup>2</sup> /Гц	0,015	0,04
Общая СПМ РКГ-сигнала – TP, мс <sup>2</sup> /Гц	0,003	ЧСС/2

где  $I_{0k}$  соответствует  $k$ -й оценке спектрального показателя ВСП для исходного сигнала РКГ, а  $I_{ak}$  – той же оценке для аппроксимирующего сигнала.

Сравнивая формулы (2), (3) и учитывая, что  $P[f] \geq 0$ , получаем

$$\sum_{f=f_0}^{f_m} |P_a[f]| - \sum_{f=f_0}^{f_m} |P_0[f]| \leq \sum_{f=f_0}^{f_m} |P_a[f] - P_0[f]| \Rightarrow e_k \leq \hat{e}. \quad (4)$$

Поэтому выражение (4) фактически является слабой формулировкой формулы (2), т. к. оно не учитывает знаков отклонений СПМ в каждом из поддиапазонов частот, но при этом более точно отражает качество аппроксимации РКГ-сигнала для задач расчета оценок спектральных показателей ВСП.

Квадратичное среднее ошибок определения спектральных показателей ВСП (КСОСП) рассчитывается как

$$\Delta S = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^N e_k^2}{N}}, \quad (5)$$

где  $N$  – количество интегральных показателей, характеристики которых представлены в табл. 1 ( $N = 4$ ).

КСОСП целесообразно использовать в качестве оценки эффективности методов интерполяции РКГ.

В ряде неэквилидистантных дискретных значений исходного РКГ-сигнала имеет место наличие шума и артефактов, что приводит к ситуации, когда один или несколько подряд идущих отсчетов РКГ исключаются из рассмотрения или добавляются в него, из-за чего расстояние между узловыми точками аппроксимации значительно изменяется. Эти феномены приводят к значительным осцилляциям аппроксимирующей функции и ошибкам расчета оценок показателей СПМ. Поэтому важным критерием выбора метода аппроксимации РКГ-сигнала является отсутствие осцилляций дискретизированного сигнала во временной области при наличии искажений в ряде значений исходного РКГ-сигнала. Практический опыт показывает, что при регистрации электрокардиограммы (ЭКГ) во время физической активности испытуемого могут наблюдаться существенные искажения ЭКГ, обусловленные выходом амплитуд сигнала за границы динамического диапазона аналого-цифрового преобразователя (АЦП). При этом время восстановления сигнала и возобновления нормального функционирования QRS-детектора может достигать 5 с.

В клинической практике часто приходится анализировать ненормотопный ритм (особенно в случае скрининга состояния сердечно-сосудистой системы (ССС) пациентов пожилого возраста), характеризующийся наличием серий из нескольких подряд идущих пропущенных значений ряда РКГ. Поэтому дополнительным требованием, предъявляемым к методу аппроксимации РКГ-сигнала по критерию эффективности, является сохранение точности оценок спектральных показателей ВСП при анализе ненормотопного ритма, принимая во вни-

мание, что, в соответствии с [1], недопустимым является использование методов спектрального анализа, если количество исключенных кардиоинтервалов превышает 5 % от их общего числа.

Таким образом, для анализа эффективности аппроксимации сигналов нами предлагается использовать две функции, количественно характеризующие эффективность методов аппроксимации для реального разнообразия условий регистрации и состояний пациента, когда использование методов анализа ВСП принято считать оправданным:

- 1) функция зависимости КСОСП от числа исключенных подряд идущих отсчетов исходного РКГ-сигнала, отражающая эффективность оценки СПМ при наличии артефактов в сигнале ЭКГ;
- 2) функция зависимости КСОСП от числа исключенных случайно выбранных пар отсчетов исходного дискретного РКГ-сигнала, отражающая эффективность оценки СПМ при выполнении анализа ненормотопного ритма.

Как отмечалось выше, в некоторых случаях оказываются важными не только эффективность метода аппроксимации для оценки спектральных показателей ВСП, но и ее характеристики во временной области, особенно стабильность аппроксимирующей функции. Для оценки глобальной стабильности метода аппроксимации во временной области следует использовать СКО разности между исходным и аппроксимированным РКГ-сигналом (СИАС), а для оценки локальных свойств – максимальное отклонение аппроксимирующего сигнала (МОАС) от исходного для таких же условий:

- 1) функция зависимости СИАС и МОАС от числа исключенных подряд идущих отсчетов исходного РКГ-сигнала, отражающая стабильность метода аппроксимации при наличии артефактов в ЭКГ-сигнале;
- 2) функция зависимости СИАС и МОАС от числа исключенных случайно выбранных пар отсчетов исходного дискретного РКГ-сигнала, отражающая стабильность метода аппроксимации при анализе ненормотопного ритма.

### 3 Методы интерполяции и аппроксимации неэквилидистантных сигналов

Интерполяция – это способ определения аналитической функции по заданному набору ее дискретных значений, когда интерполяционная кривая в точности проходит через все заданные точки. При этом методы интерполяции являются таким типом аппроксимации рядов дискретных отсчетов, при котором обеспечивается их точное совпадение с аппроксимирующей функцией в узловых точках. Наиболее распространенные методы интерполяции, применяемые для анализа неэквилидистантных рядов, это:

- интерполяция непрерывными полиномами Лагранжа [24];
- интерполяция тригонометрическими полиномами [25];

- интерполяция кусочно-непрерывными полиномами:
  - интерполяция методом ближайшего соседа [25];
  - линейная интерполяция [7];
  - сплайн-интерполяции [7];
  - кубические сплайны Эрмита [7];
  - квазисплайны Акима [10].

Кроме методов интерполяции, для задачи передискретизации ряда РКГ на практике также используются:

- методы регрессионной аппроксимации [26];
- методы LS-интерполяции [14];
- метод передискретизации сверткой с прямоугольным окном [16].

### 3.1 Полиномы Лагранжа

Интерполяционный многочлен Лагранжа – это многочлен минимальной степени, принимающий заданные значения на заданном наборе точек. Также существует множество методов численно эффективного нахождения полиномов Лагранжа, наиболее известными из которых являются метод конечных разностей Ньютона и метод Айткена-Невилля. Однако полиномы Лагранжа имеют ряд недостатков, которые не позволяют использовать их для интерполяции РКГ-сигнала:

- порядок полинома Лагранжа зависит от количества интерполируемых точек;
- из-за возникновения осцилляций поиск оптимальных структуры и параметров полинома Лагранжа является задачей, неприемлемой для численных расчетов при порядке полинома более 7-8.

Возникающие осцилляции обычно наиболее ярко выражены на границах интервала интерполяции и характеризуются ложными амплитудами интерполирующего полинома, на несколько порядков превосходящими амплитуды истинного сигнала, что непременно приводит к возникновению доминирующих ложных компонентов функции СПМ и, таким образом, корректный расчет спектральных показателей ВСП оказывается невозможным.

### 3.2 Тригонометрические и Фурье-полиномы

Тригонометрические и Фурье-полиномы [5] также мало используются для интерполяции неэквидистантных рядов из-за сложности построения и наличия идентичных с полиномами Лагранжа проблем неустойчивости интерполирующей функции при неравномерной дискретизации интерполируемого сигнала.

### 3.3 Кусочно-непрерывные полиномы

Наиболее часто на практике для выполнения интерполяции дискретных рядов используются методы интерполяции кусочно-непрерывными полиномами, т. к. эти методы не имеют ограничений в случае неэквидистантной дискретизации и являются численно устойчивыми в случае обработки больших объемов данных (когда число членов ряда больше 6).

#### 3.3.1 Интерполяция методом ближайшего соседа

При использовании интерполяции методом ближайшего соседа каждое значение ординаты интерполированного ряда значений РКГ-сигнала выбирается равным значению ординаты ближайшего соседа исходного (неравномерно квантованного) РКГ-сигнала. Метод является неудобным для проведения преобразования Фурье, т. к. результирующая функция содержит количество разрывов первого рода, равное числу значений дискретного ряда РКГ, что существенно искажает частотный состав получаемого РКГ-сигнала. Аналогичными свойствами обладает метод интерполяции «захват и задержка»: для каждого момента времени  $x_i \leq t < x_{i+1}$  значение выходного сигнала  $f(t) = y_i$ , где  $x_i, y_i$  – координаты заданных дискретных значений интерполируемой функции.

#### 3.3.2 Линейная интерполяция

При использовании линейной интерполяции дискретные значения РКГ-сигнала геометрически соединяются на графике прямыми. Процедура является численно устойчивой, однако частотный состав результирующего сигнала при выполнении линейной интерполяции рядов РКГ оказывается существенно искаженным [6].

#### 3.3.3 Сплайн-интерполяция

Сплайн-интерполяция является методом интерполяции функции по ряду ее дискретных значений, причем интерполирующая кривая проходит через все заданные дискретные точки. В промежутках между точками интерполирующая кривая является кусочно-непрерывной, а вся кривая является дифференцируемой до порядка, определяемого степенью сплайна.

Степень сплайна соответствует максимальной степени полинома, используемого для представления каждого фрагмента кусочно-непрерывной функции между заданными точечными (дискретными) значениями сигнала, называемыми узлами, контрольными точками или точками разрыва (обычно имеются в виду разрывы старших производных). При этом также часто используется понятие порядка сплайна. Порядок сплайна – это количество его степеней свободы, а именно число, на единицу превышающее его степень. Следует также заметить, что для обоснования некоторых свойств сплайнов узлы интерполяции должны следовать в строго возрастающем порядке по оси времени, что является естественным свойством рядов РКГ. Процедура сплайн-интерполяции позволяет устанавливать точки разрыва между кусочно-непрерывными полиномами в точках, не совпадающих с узлами, через которые проходит интерполирующая кривая. Анализ качества интерполяции при использовании различного порядка размещения точек разрыва рассмотрен далее.

Метод ближайшего соседа и линейная интерполяция являются частными случаями сплайн-интер-

поляции со степенями сплайнов 0 и 1 соответственно. Сплайн-интерполяция второго порядка применяется редко, т. к. при использовании полиномов второго порядка невозможно формировать точки перегиба на промежутках между узлами интерполяции. Сплайны старших порядков (выше третьего) также используются редко, т. к. при этом возрастает сложность алгоритмов, а увеличение точности во временной области оказывается незначительным. Более того, в случае больших порядков сплайнов могут наблюдаться эффекты осцилляций, схожие с теми, которые наблюдаются при использовании полиномов Лагранжа. Этим объясняется широкая распространенность интерполяции сплайнами третьей степени (кубической сплайн-интерполяции).

Кубические кусочно-непрерывные полиномы имеют дополнительные степени свободы на каждом из промежутков интерполяции, т. е. существуют свободные коэффициенты полиномов, которые однозначно определяют интерполирующую функцию между двумя соседними узлами. Дополнительные степени свободы могут быть эффективно использованы для обеспечения гладкости глобальной интерполирующей функции (под гладкостью понимается степень дифференцируемости «склейки» набора полученных кусочно-непрерывных кубических полиномов на каждом участке интерполяции). После обеспечения глобальной гладкости сплайн-функции (функция оказывается дважды дифференцируемой) два коэффициента остаются заданными. Эти коэффициенты определяют глобальные граничные условия сплайна, которые могут быть:

- а) фундаментальными – задаются углы наклона (в графическом представлении) сплайна на границах диапазона интерполяции  $y_0'$ ,  $y_n'$ , где  $y_0$ ,  $y_n$  – ординаты начальной и конечной точек сплайна соответственно;
- б) завершающими (заделочными), если описанные выше производные (см. перечисление «а») определяются автоматически как производные в тех же точках полиномов Лагранжа третьей степени, проходящих через четыре ближайших узла интерполяции [7];
- в) естественными – задаются вторые производные на границах интерполяции  $y_0''$ ,  $y_n''$ ;
- г) вариационными, если  $y_0'' = y_n'' = 0$ ;
- д) периодическими – при граничных условиях  $y_0' = y_n'$ ,  $y_0'' = y_n''$ ;
- е) вида «не узел» (not-a-knot) – граничные участки, завершающиеся полиномами второй степени [7].

Серия проведенных нами численных экспериментов как на модельных, так и на реальных сигналах с различными граничными условиями показала, что результирующие интерполирующие кривые сходятся на 3-4 интервале интерполяции, и, следовательно, выбор типа граничных условий не принципиален (рис. 1). Для кубической сплайн-интерполяции мы использовали завершающие граничные условия, т. к. при этом коэффициенты граничных функций рассчитываются автоматически

(не требуют априорных данных) и оказываются стабильными (в частности, не вызывают искажений функции СПМ модельных РКГ-сигналов).

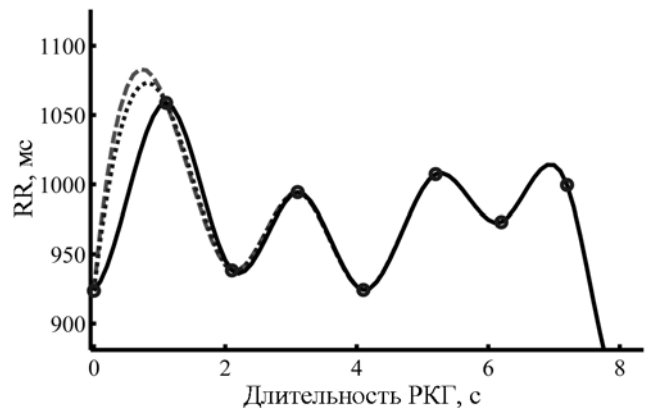


Рис. 1. Интерполяция ряда РКГ кубическими сплайнами при использовании различных граничных условий интерполяции (кружки – точки РКГ, линии – тип граничных условий: сплошная – периодические, штриховая – фундаментальные, пунктирная – естественные)

### 3.3.4 Метод интерполяции Эрмита

Монотонный сплайн Эрмита также является кусочно-непрерывной функцией третьего порядка и может быть использован для интерполяции РКГ. В каждом узле монотонного сплайна Эрмита его первая производная принимает заданное значение, и вторая производная во всех узлах разрывна. Так, с помощью первой производной, в отличие от обычной сплайн-интерполяции, можно динамически контролировать размах колебаний сплайна (разность между максимальным и минимальным значениями интерполирующей функции на нескольких (2-3) смежных промежутках интерполяции). Монотонная кубическая интерполяция Эрмита [8] обеспечивает автоматическое ограничение диапазона изменения первой производной сигнала и исключает осцилляции сплайна. Близкие характеристики имеет сплайн Катмалла-Рома [9], часто используемый в компьютерной графике.

### 3.3.5 Метод интерполяции Акима

Метод интерполяции Акима [10] представляет собой алгоритм построения квазисплайнов по численно эффективной схеме приближенного расчета коэффициентов соответствующих сплайнов. Особенностью этого метода является отсутствие осцилляций квазисплайнов в случае наличия выбросов в дискретном ряде интерполируемых данных, а также существенное усложнение их теоретического анализа, что ограничивает область применения метода. Подобные нетрадиционные, в том числе численно эффективные методы реализации сплайн-интерполяции, по нашему мнению, применять нежелательно, т. к. ресурсы современной вычислительной техники без каких-либо затруднений позволяют проводить интерполяцию РКГ-сигналов любой длительности с использованием классичес-

ких неоптимизированных и наиболее математически прозрачных алгоритмов построения сплайнов, чтобы исключить возможность неверной интерпретации результатов, получаемых различными авторами.

### 3.4 Методы регрессионной аппроксимации

Если полагать, что наблюдаемые последовательности значений РКГ представляют собой сочетание реальных процессов модуляции сердечного ритма и шума различной природы, то логично предположить, что соотношение сигнал-шум в РКГ-сигнале можно уменьшить, если использовать не интерполяцию, а регрессионную аппроксимацию последовательности ряда значений РКГ. Существует множество видов регрессии, наиболее часто используемыми из которых являются:

- линейная регрессия;
- полиномиальная регрессия;
- регрессия общего вида;
- кусочно-непрерывная регрессия.

В задачах анализа рядов РКГ применима только сплайн-регрессия, т. к. только она обеспечивает требуемую устойчивость к осцилляциям аппроксимирующего полинома для больших размеров выборки (число отсчетов больше 6), с одной стороны, и сохранение вариационной компоненты (при использовании линейной регрессии вариационная компонента вырождается) РКГ-сигнала, с другой стороны. На практике оптимальная (по критерию точности) аппроксимация сплайн-регрессией может быть обеспечена только полуавтоматическими алгоритмами [11], что уже значительно ограничивает возможности такого метода для автоматизированной обработки РКГ-сигнала. В [12] было показано, что сплайн-аппроксимирующие функции имеют крутые спады передаточных функций фильтра в частотной области, что существенно искажает оценки спектральных показателей ВСР.

На рис. 2 продемонстрированы результаты работы процедуры сплайн-регрессии с эксперимен-

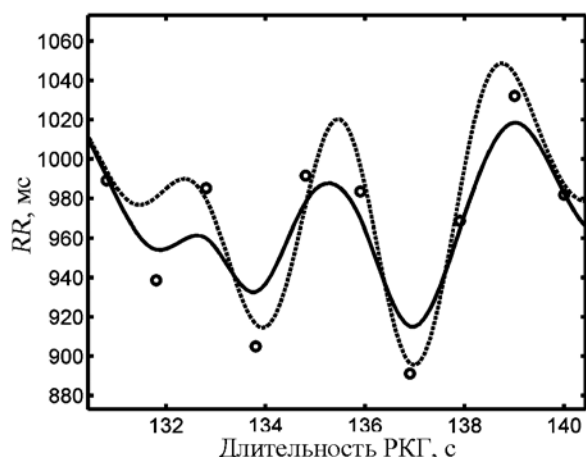


Рис. 2. Применение регрессионной аппроксимации (сплошная линия) к модельному сигналу РКГ (штриховая линия) при добавлении гауссового шума

тально подобранным коэффициентом сглаживания на искусственном временном ряде с введением гауссового шума со среднеквадратическим отклонением (СКО) шума, равным 30 мс, в соответствии с методикой генерации искусственных сигналов с шумами, описанной в [13]. Аппроксимация приводит к чрезмерному сглаживанию сигнала. В частотной области ослабление составляющих высокочастотного диапазона пропорционально возрастанию коэффициента сглаживания для методов регрессионной аппроксимации. Поэтому применение методов регрессионной аппроксимации для передискретизации рядов РКГ следует считать нецелесообразным.

### 3.5 Методы LS-интерполяции

Существует большой класс LS (Least Squares) методов аппроксимации неэквидистантных временных рядов, широко применяемых при анализе астрономических данных [14], из которых наиболее хорошо зарекомендовали себя методы Ломба [15], Ломба-Скаргла и CLEAN-метод. В их основе лежат процедуры последовательной оценки отдельных гармоник периодических сигналов по неэквидистантным рядам наблюдений, а алгоритм формирования выходных сигналов в качестве промежуточного этапа использует оценку спектра исходного неэквидистантного ряда. Для оценки СПМ временного ряда нет необходимости формировать его интерполированный аналог, заведомо зная спектр этого ряда. При этом, естественно, есть смысл выполнить сравнение результатов оценки СПМ, полученной с использованием процедур интерполяции (в качестве промежуточного этапа) и LS-методов, что является направлением дальнейших исследований.

### 3.6 Метод передискретизации сверткой с прямоугольным окном

В работе [16] описан метод передискретизации ряда РКГ, который состоит из этапа интерполяции методом «захвата и задержки» с последующим выполнением свертки интерполирующего сигнала с прямоугольным окном шириной в два шага дискретизации. Многими авторами ошибочно отмечается, что этот метод обеспечивает передискретизацию сигнала без искажения его частотных характеристик, поскольку он позволяет минимизировать эффекты алайзинга на модельных сигналах, сформированных на основе модели интегрального частотно-импульсного модулятора (IPFM – Integral Pulse Frequency Modulator) [17]. В действительности алгоритм имеет ряд существенных недостатков, ограничивающих область применения метода на реальных сигналах. Во-первых, качественные характеристики выходного сигнала зависят от частоты передискретизации сигнала, т. к. размер окна, с которым выполняется свертка интерполированного сигнала, зависит от шага дискретизации. Во-вторых, с увеличением частоты дискретизации выходной сигнал по своей форме приближается к интерполяционной кривой нулевого порядка с недо-

пустимо ослабленной передаточной функцией фильтра в области высоких частот.

#### 4 Оценка передаточных функций интерполяционных фильтров

Учитывая перечисленные достоинства и недостатки методов аппроксимации неравномерно квантованных по оси времени сигналов, для дальнейшего более глубокого анализа были выбраны следующие методы, основанные на кусочно-непрерывной полиномиальной интерполяции дискретных РКГ:

- линейная интерполяция;
- кубическая сплайн-интерполяция;
- монотонная кубическая интерполяция Эрмита;
- сплайны высоких порядков.

Как отмечалось ранее, первостепенное значение при выборе метода интерполяции имеет достоверная оценка функции СПМ, а не восстановление самого РКГ-сигнала. Поэтому для обоснования выбора оптимального метода интерполяции по критерию точности восстановления функции СПМ были проведены теоретические исследования и численные эксперименты, направленные на определение передаточных функций интерполяторов, реализующих выбранные методы интерполяции, т. к. они:

- однозначно определяют соотношение между функциями СПМ исходного и интерполирующего сигналов;
- могут быть использованы для существенного увеличения точности оценки некоторых спектральных показателей ВСР.

Следует подчеркнуть, что под интерполятором понимается некоторый инструментальный (набор операторов, процедур и алгоритмов), обеспечивающий нахождение какой-либо величины по отдельным известным значениям этой же или других величин, связанных с ней. В этом контексте интерполяторы обеспечивают преобразование дискретной РКГ в аналитический (приемлемый для квантования на любой частоте) РКГ-сигнал.

##### 4.1 Частотные характеристики аппроксимирующего сигнала

Цифровым фильтром называется любая система, обрабатывающая цифровой сигнал с целью выделения и/или подавления определенных частот этого сигнала. Процедура аппроксимации может быть представлена процедурой цифровой фильтрации, и процедура фильтрации полностью определяется методом аппроксимации [18]. В этом контексте можно ввести понятие передаточной функции интерполятора (ПФИ), эквивалентное понятию передаточной функции цифрового фильтра, рассматриваемой как

$$H(\omega) = \frac{B_{\text{вых}}(\omega)}{B_{\text{вх}}(\omega)}, \quad (6)$$

где  $B_{\text{вых}}(\omega)$  – спектр сигнала на выходе фильтра;  $B_{\text{вх}}(\omega)$  – спектр сигнала на входе фильтра.

Известно [19], что любая сплайн-функция заданной степени и гладкости в области ее определения

может быть представлена линейной комбинацией В-сплайнов той же степени и гладкости на той же области определения. Поэтому для нахождения передаточных функций операторов интерполяции

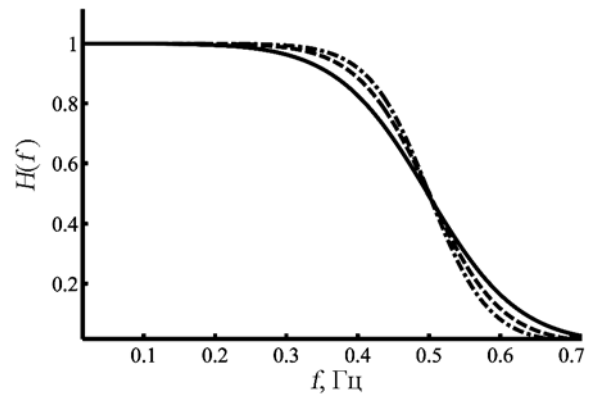


Рис. 3. Теоретически рассчитанные передаточные функции для сплайн-интерполяторов старших порядков (сплошная – кубический сплайн, пунктирная – сплайн 4-й степени, штрих-пунктирная – сплайн 5-й степени)

Таблица 2

#### Формулы расчета передаточных функций сплайн-интерполяции различных порядков

Порядок сплайна	Аналитическое представление передаточной функции $H(\omega)$
2	$\frac{\sin^2\left(\frac{\omega}{2\pi}\right)}{\left(\frac{\omega}{2\pi}\right)^2}$
3	$\frac{4\sin^3\left(\frac{\omega}{2\pi}\right)}{\left(\frac{\omega}{2\pi}\right)^3(3 + \cos(\omega))}$
4	$\frac{3\sin^4\left(\frac{\omega}{2\pi}\right)}{\left(\frac{\omega}{2\pi}\right)^4(2 + \cos(\omega))}$
5	$\frac{192\sin^5\left(\frac{\omega}{2\pi}\right)}{\left(\frac{\omega}{2\pi}\right)^5(115 + 76\cos(\omega) + \cos(2\omega))}$
6	$\frac{60\sin^6\left(\frac{\omega}{2\pi}\right)}{\left(\frac{\omega}{2\pi}\right)^6(33 + 26\cos(\omega) + \cos(2\omega))}$

можно выражать интерполирующие функции в виде линейной комбинации В-сплайнов с переходом к представлению передаточной функции любой сплайн-интерполяции как линейной комбинации передаточных функций В-сплайнов. В работе [18] показан способ теоретических расчетов передаточных функций для В-сплайнов. В табл. 2 приведены формулы для расчета передаточных функций сплайн-интерполяции различных порядков. Рассчитанные по этим формулам передаточные функции для сплайн-интерполяции 4-го, 5-го и 6-го порядков представлены на рис. 3. Из приведенных на рисунке графиков следует, что ПФИ старших порядков значительно уменьшают ослабление частотных характеристик сигнала в области верхних частот.

Учитывая, что в РКГ-сигнале присутствует относительно небольшая (по сравнению с длительностью самого RR-интервала) неравномерность дискретизации, для теоретического анализа ПФИ (и только ПФИ) необходимо исследовать допустимость равномерной дискретизации сигнала и непосредственно использовать формулы из табл. 2 для их (ПФИ) количественного сравнения. Для подтверждения правомерности такого допущения было дополнительно проведено сравнение экспериментально определенных ПФИ с ПФИ, рассчитанными с помощью методов математического моделирования.

#### 4.2 Результаты численного эксперимента по расчету передаточных функций фильтров интерполяции

На первом этапе алгоритма сравнения теоретической и экспериментальной оценок ПФИ в частотной области формировалась функция СПМ  $P_{ex}[f]$  (по методике, подробно описанной в [13]), точно определяющая  $B_{ex}[f]^2$  из выражения для непараметрического расчета функции СПМ [21]

$$P_{ex}[f] = \frac{2|X_L[f]|^2}{f_s L} = c \cdot B_{ex}[f]^2, \quad (7)$$

где  $f_s$  – частота дискретизации сигнала;  $L$  – длина записи во временной области;  $X_L[f]$  – преобразование Фурье, пропорциональное (с точностью до константы) представлению входного сигнала  $B_{ex}[f]$  в частотной области;  $c$  – положительный коэффициент.

При этом СПМ модельного сигнала задавалась постоянной и равной 10000 мс<sup>2</sup>/Гц в диапазоне  $[0, HR/2]$ , где  $HR$  соответствует заданной средней (а не верхней, что было показано в [23]) частоте сердечных сокращений (ЧСС). Далее выполнялись процедуры обратного быстрого преобразования Фурье (ОБПФ) и неравномерной дискретизации полученного сигнала РКГ во временной области, после чего сигнал интерполировался, дискретизировался с частотой 10 Гц, и при помощи БПФ Уэлча рассчитывались функция его СПМ и соответствующая частотная характеристика выходного сигнала частотного фильтра  $B_{вых}[f]^2$  по формуле

$$P_{вых}[f] = c \cdot B_{вых}[f]^2. \quad (8)$$

Тогда численную аппроксимацию передаточной функции в диапазоне  $[0, HR/2]$  можно выполнить, используя дискретный аналог выражения (6) с подстановкой в него выражений (7) и (8):

$$H[f] = \frac{B_{вых}[f]}{B_{ex}[f]} = \sqrt{\frac{P_{вых}[f]}{P_{ex}[f]}}. \quad (9)$$

На рис. 4 представлены передаточные функции для методов линейной и кубической сплайн-интерполяции, рассчитанные теоретически и определенные экспериментально на модельных сигналах РКГ. Погрешность расчета передаточных функций не превышает 5 %, и заметные отклонения наблюдаются только в области частот  $f > 0,4$  Гц, т. е. на частотах, близких к ЧСС. Это может служить основанием для использования формул из табл. 2 как адекватных ПФИ для анализа и сравнения методов сплайн-интерполяции неравномерно квантованных по оси времени РКГ-сигналов.

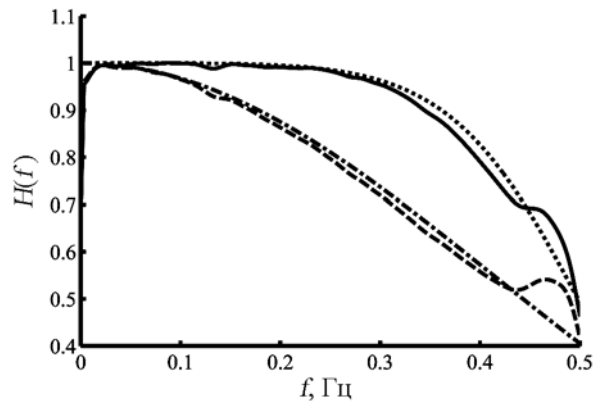


Рис. 4. Сравнение теоретически рассчитанных (т) передаточных функций интерполяторов с передаточными функциями, полученными на модельных сигналах в результате проведения численного эксперимента (э) (сплошная линия – кубический интерполятор (э), штрих-пунктирная линия – линейный интерполятор (э), штриховая линия – линейный интерполятор (т), пунктирная линия – кубический интерполятор (т))

На рис. 5 представлены рассчитанные с использованием модельных сигналов передаточные функции фильтров кубической интерполяции, интерполяции 4 и 5 степеней (рис. 5а) и монотонных сплайнов Эрмита и кубической интерполяции (рис. 5б). Рис. 5а демонстрирует, как улучшаются характеристики передаточных функций в диапазоне 0,25...0,45 Гц при увеличении порядка фильтра на модельных сигналах: средняя величина отклонений от истинных значений для кубического сплайна составляет 18 %, для сплайна 4-й степени – 14 % и для сплайна 5-й степени – 11 %.

Использование монотонной интерполяции Эрмита практически исключает возникновение осциллирующего сигнала во временной области, однако при этом высокочастотные компоненты спектра РКГ-сигнала оказываются сильно ослабленными. На рис. 6 показан фрагмент интерполяции сигнала РКГ с помощью интерполяции



Эрмита и кубической сплайн-интерполяции. Можно видеть, что интерполяция Эрмита исключает появление осцилляций, однако передаточная функция такого интерполирующего сигнала оказывается более искаженной, т. е. менее соответствующей идеальной, которая равна единице по всему информативному диапазону частот ВСР (рис. 5б). Кроме

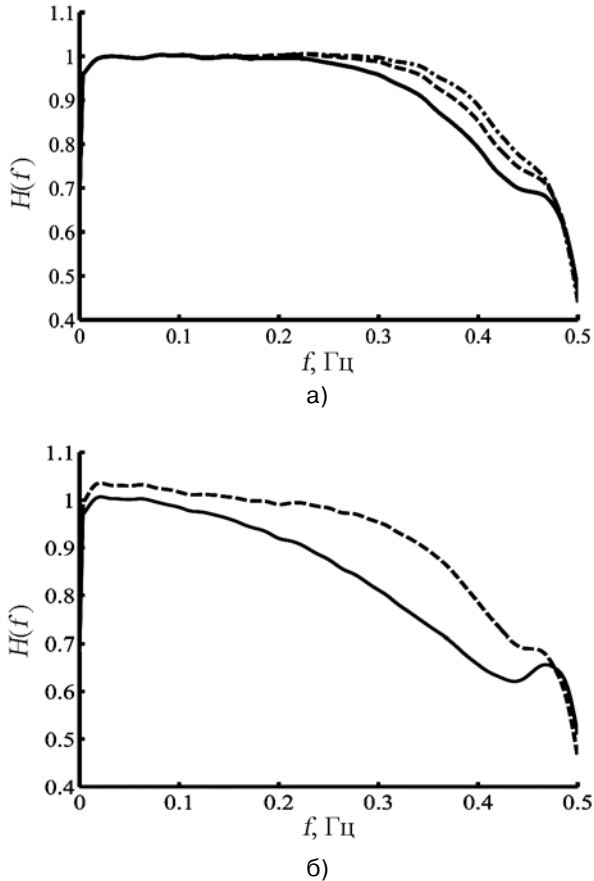


Рис. 5. Передаточные функции интерполяции сигналов, рассчитанные на модельных сигналах РКГ: а) сплошная линия – кубический сплайн, пунктирная линия – сплайн 4-й степени, штрих-пунктирная линия – сплайн 5-й степени; б) штриховая линия – кубический сплайн, сплошная линия – монотонный кубический интерполятор Эрмита

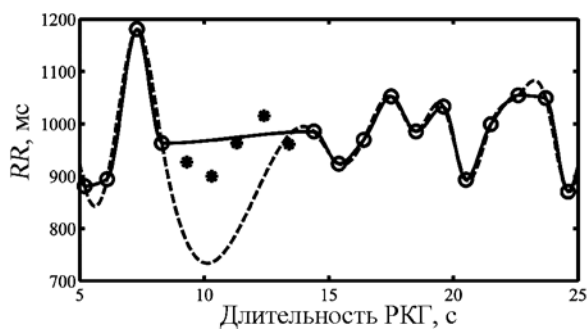


Рис. 6. Интерполирующие функции на участке исключенного из анализа фрагмента РКГ с использованием кубической сплайн-интерполяции (пунктирная линия) и монотонной интерполяции Эрмита (сплошная линия)

того, на рис. 5б можно видеть, что влияние эффекта алайзинга (частотно-зеркального отражения спектра) [20] оказывается более значительным при использовании интерполяции Эрмита (четко виден более выраженный ложный пик в районе 0,5 Гц).

## 5 Методика расчета оценок эффективности и стабильности методов интерполяции на реальных данных

Для анализа эффективности методов интерполяции использовались записи ЭКГ 40 испытуемых различных возрастов (от 20 до 70 лет) с нормотонным ритмом, в покое сидя. У каждого испытуемого регистрировали 5 пятиминутных РКГ. Таким образом, полная выборка составляла 200 пятиминутных записей РКГ добровольцев различных возрастов. Для каждой пятиминутной записи РКГ выполняли интерполирование, передискретизацию с частотой 10 Гц, детрендрование (выделение и устранение линейного тренда), расчет СПМ по стандартному методу БПФ Уэлча [21] (8 сегментов, 50%-ное перекрытие, окно Хэмминга, длина вектора БПФ-преобразования 4096 отсчетов) и последующий расчет оценок спектральных показателей ВСР.

Эффективность методов оценивалась в соответствии с вышеизложенной методикой (см. п. 2). Для исследования динамики изменения КСОСП для разных методик интерполяции выполнялось:

- удаление от 1 до  $N_1$  подряд идущих RR-интервалов для каждой записи, начиная со случайно выбранного отсчета;
- удаление от 1 до  $N_2$  случайно выбранных пар подряд идущих отсчетов.

Далее выполнялась процедура расчета СПМ. При этом в качестве истинной функции СПМ  $P_0[f]$  в выражениях (3) и (5) использовалась исходная функция СПМ, рассчитанная по РКГ-сигналу до удаления отсчетов. Каждый результирующий гра-

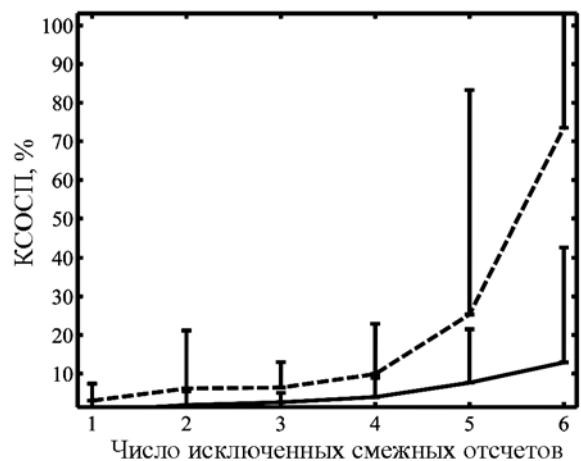


Рис. 7. Зависимость КСОСП от количества исключенных подряд идущих точек ряда РКГ при неэквидистантном (сплошная линия) и эквидистантном (штриховая линия) распределении узлов интерполяции по оси времени (усами показано СКО КСОСП)

фик зависимости КСОСП от числа исключенных интервалов (рис. 7, 8) представляет собой статистическое усреднение результатов соответствующего анализа по всем 200 пятиминутным записям. Следует заметить, что при недостаточной эффективности хотя бы по одному из предложенных тестов рассматриваемый метод интерполяции не может быть корректно использован в клинической практике, поэтому его дальнейший анализ не проводился.

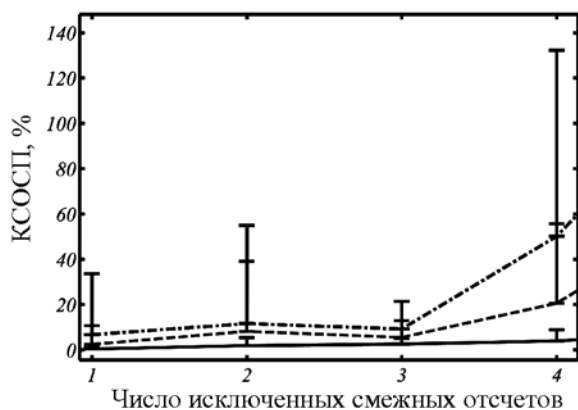


Рис. 8. Зависимость КСОСП от количества исключенных подряд идущих точек ряда РКГ при использовании кубической сплайн-интерполяции (сплошная линия), интерполяции 4-й степени (штриховая линия) и интерполяции 5-й степени (штрихпунктирная линия) (усами отмечено СКО КСОСП)

### 5.1 Анализ способа размещения полюсов интерполяции для метода сплайн-интерполяции

При выполнении сплайн-интерполяции полюса интерполяции обычно совпадают с узлами интерполяции, однако иногда используется последовательность узлов интерполяции, не совпадающая с последовательностью полюсов интерполяции. Перераспределение узлов часто используется для их равномерного распределения по оси времени (с учетом теоремы Шенберга-Уитни [22]), которое в некоторых случаях оказывается более близким к оптимальному по заданному критерию. Проведенные нами численные эксперименты показали, что при анализе нормотопного ритма при выполнении интерполяции по эквидистантно и неэквидистантно распределенным узлам интерполяции разница в значениях спектральных показателей ВСП не превышает 3%. Однако исследования на ненормотопных записях, смоделированных при помощи пропуска отсчетов РКГ (моделирование наличия артефактов движения или аритмий), показали, что в случае использования равномерного распределения узлов интерполяции по оси времени возникновение осцилляций (выбросов), подобных продемонстрированному на рис. 9, встречается в несколько раз чаще, чем при совпадении абсцисс полюсов и узлов интерполяции. На рис. 7 представлен график зависимости КСОСП для интерполяции с равно-

мерным и неравномерным распределением узлов на описанной ранее выборке. На основании этих результатов для всех последующих численных экспериментов со сплайнами было использовано наиболее простое и устойчивое распределение узлов интерполяции в точках, совпадающих с полюсами интерполяции.

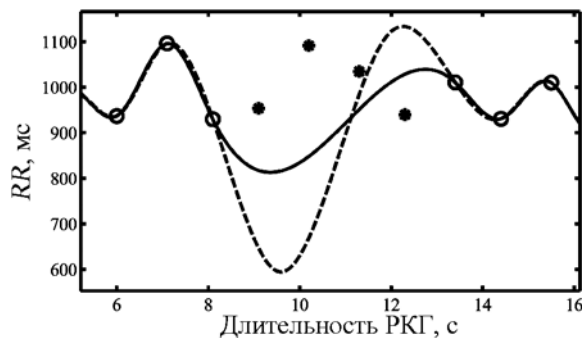


Рис. 9. Кубическая сплайн-интерполяция при размещении узлов интерполяции на полюсах интерполяции (сплошная линия) и при их равномерном распределении (штриховая линия) по оси времени

### 5.2 Анализ эффективности методов сплайн-интерполяции старших порядков

По описанной выше методике с использованием набора реальных кардиосигналов был выполнен расчет эффективности оценки значений спектральных показателей ВСП при удалении последовательности подряд идущих отсчетов ряда РКГ при их интерполяции полиномами старших степеней. На рис. 8 представлена зависимость КСОСП от количества исключенных подряд идущих отсчетов для интерполяции РКГ-сигнала полиномами 4-й и 5-й степеней по сравнению с кубической сплайн-интерполяцией. Очевидно, что такой разброс ошибок оценки спектральных показателей ВСП (СКО КСОСП > 30% для двух исключенных интервалов) и склонность результирующих функций к осцилляциям при использовании полиномов старших степеней не позволяют применять их для интерполяции рядов РКГ.

### 5.3 Анализ эффективности и стабильности методов сплайн-интерполяции младших порядков

Анализ эффективности методов сплайн-интерполяции младших порядков был проведен на основе численных экспериментов по удалению случайного фрагмента ряда РКГ, характеристики которого описаны в п. 5.1. Количество подряд исключенных отсчетов изменялось от 1 до 6 (рис. 10), а случайно выбранных пар смежных отсчетов во всей исходной записи – от 1 до 10 (рис. 11) при использовании линейной, кубической сплайн- и монотонной кубической интерполяции Эрмита. Три перечисленные методики интерполяции оказываются эффективными в рассматриваемых диапазонах исключаемых интервалов интерполяции (КСОСП < 10% для 5 исклю-

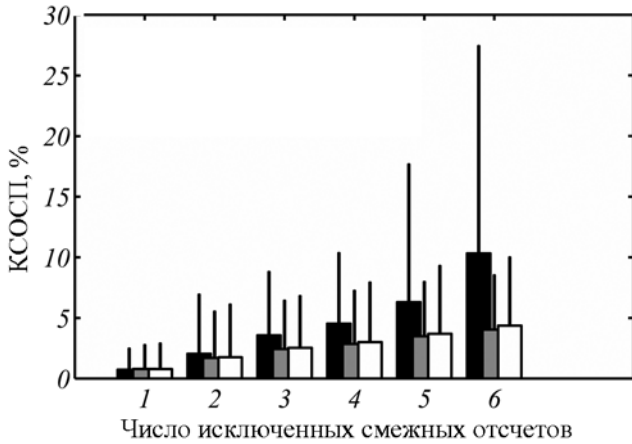


Рис. 10. Зависимость КСОСП от количества исключенных подряд идущих отсчетов ряда РКГ при использовании интерполяции кубическим сплайном (заливка черным), линейным сплайном (заливка серым) и сплайном Эрмита (без заливки) (усаами отмечено СКО КСОСП)

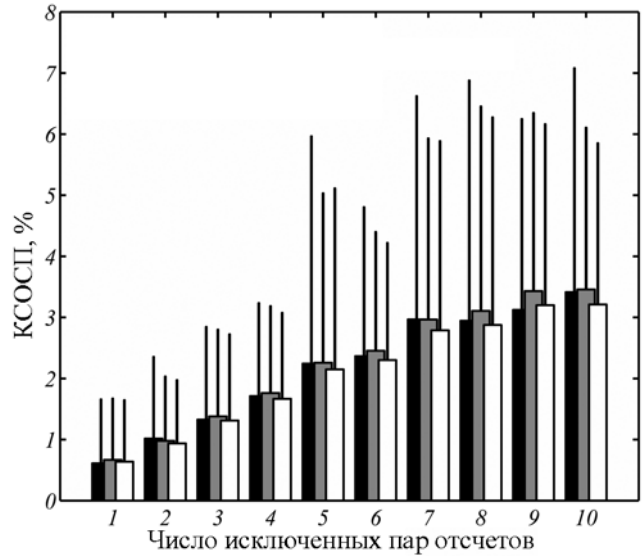


Рис. 11. Зависимость КСОСП от количества случайно выбранных исключенных пар отсчетов ряда РКГ при использовании интерполяции кубическим сплайном (заливка черным), линейным сплайном (заливка серым) и сплайном Эрмита (без заливки) (усаами отмечено СКО КСОСП)

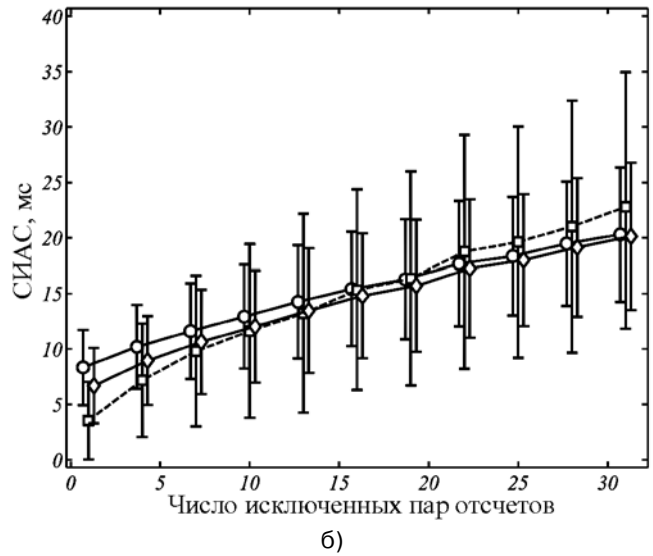
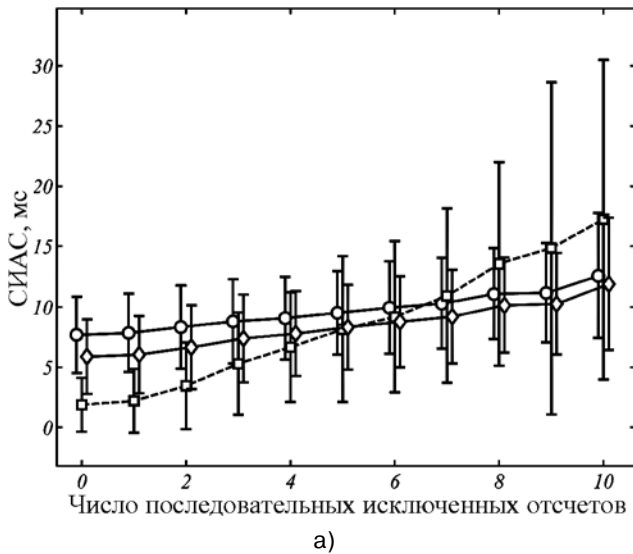


Рис. 12. Зависимость СИАС от числа последовательно исключенных отсчетов РКГ (а) и пар исключенных отсчетов РКГ (б), рассчитанная на модельных сигналах РКГ с использованием линейной интерполяции (слошная линия), кубической интерполяции (пунктирная линия) и эрмитовой интерполяции (штриховая линия) (усаами отмечено СКО СИАС)

ченных смежных интервалов, КСОСП < 5 % для 10 случайно выбранных исключенных пар отсчетов) и могут быть использованы для выполнения интерполяции сигналов РКГ. На рис. 12а, б представлены результаты расчета СИАС, а на рис. 13а, б – МОАС для трех исследуемых методов интерполяции. На основании этих экспериментов можно сделать вывод о том, что метод сплайн-интерполяции

обеспечивает более точное и стабильное представление ряда РКГ в случае, когда число ненормотопных сокращений и артефактов не превышает 2-3-х отсчетов. При увеличении числа пропусков в анализируемой РКГ стабильность метода оказывается ниже, чем для методов линейной интерполяции и интерполяции Эрмита, которые имеют практически одинаковые оценки СИАС и МОАС.

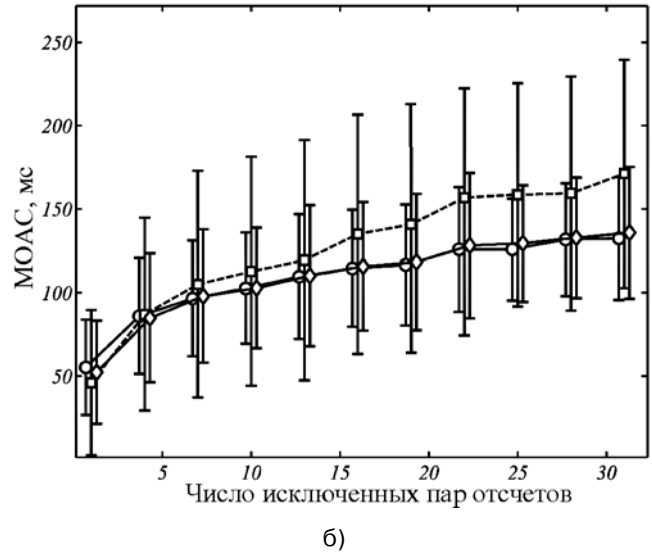
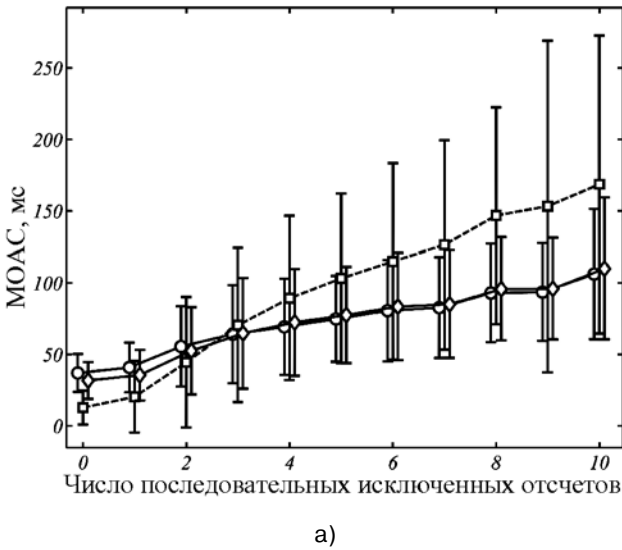


Рис. 13. Зависимость МОАС от числа последовательно исключенных отсчетов РКГ (а) и пар исключенных отсчетов РКГ (б), рассчитанная на модельных сигналах РКГ с использованием линейной интерполяции (сплошная линия), кубической интерполяции (пунктирная линия) и эрмитовой интерполяции (штриховая линия) (усами отмечено СКО МОАС)

**5.4 Коррекция передаточных функций интерполяторов на реальных сигналах**

Далее были проведены исследования возможности повышения точности восстановления функций СПМ РКГ-сигналов по их дискретным рядам при помощи коррекции ПФИ. Из-за упомянутого ранее эффекта алайзинга и при наличии в реальном спектре сигнала РКГ существенных по амплитуде колебаний в диапазоне частот выше частоты Найквиста (частота, равная половине частоты дискретизации) могут возникнуть существенные искажения, не позволяющие проводить коррекцию ПФИ. Поэтому перед выполнением коррекции была исследована корректность представления ПФИ. Так как реальный частотный состав ряда РКГ неизвестен, то неизвестной в формуле (9) также является функция  $B_{ex}[\omega]$ , и поэтому полное определение ПФИ на реальных сигналах невозможно. Однако оценку корректности ПФИ и сравнение мощности алайзинга на реальных неэквидистантных рядах РКГ для различных методов интерполяции можно оценить по отношению выходных спектральных функций сигналов РКГ, полученных после выполнения процедуры интерполяции разными методами. Так, если передаточная функция линейного интерполятора определяется выражением

$$H_1[\omega] = \frac{B_{вых1}[\omega]}{B_{ex}[\omega]},$$

а для кубического сплайн-интерполятора

$$H_2[\omega] = \frac{B_{вых2}[\omega]}{B_{ex}[\omega]},$$

то их отношение на промежутке  $\omega \in [0, \pi]$  не содержит полюсов и может быть как определено экспериментально, так и рассчитано теоретически по формуле

$$H_8[\omega] = \frac{H_1[\omega]}{H_2[\omega]} = \frac{B_{вых1}[\omega]}{B_{вых2}[\omega]}. \tag{10}$$

Функция  $H_8[\omega]$  представляет собой зависимость от  $\omega$  коэффициента ослабления СПМ, полученной после выполнения линейной интерполяции сигнала РКГ, относительно СПМ, полученной после выполнения кубической сплайн-интерполяции на сигнале РКГ. При этом следует заметить важность перехода к безразмерной круговой частоте  $\omega$ . Отношение передаточных функций зависит от средней частоты сердечных сокращений, поэтому для

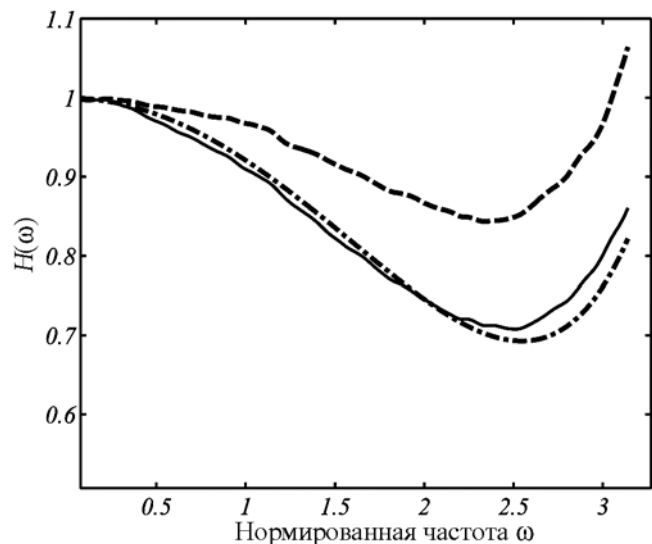


Рис. 14. Функции  $H_8[\omega]$  для пар линейного и кубического интерполяторов (сплошная линия), монотонного интерполятора Эрмита и кубического интерполятора (штриховая линия) и для пары линейного и кубического интерполяторов, рассчитанные теоретически (штрих-пунктирная линия)

возможности выполнения коррекции для каждого сигнала необходимо привести выходные ПФИ к круговой частоте  $\omega$ .

На основе выражения (10) нами были получены теоретические и экспериментальные отношения передаточных функций  $H_\delta[\omega]$  линейной интерполяции и интерполяции Эрмита к сплайн-интерполяции, представленные на рис. 14. Частотные характеристики оказываются весьма близкими (невязка теоретической и экспериментально полученной функций  $H_\delta[\omega]$  не превышает 5 % для  $\omega \in [0, \pi]$ ), что подтверждает отсутствие значительных эффектов алайзинга в спектре реальных сигналов РКГ и возможность проведения коррекции передаточной функции. Следует заметить, что рост функции  $H_\delta[\omega]$  в окрестности  $\omega = \pi$  соответствует не улучшению передаточной функции  $H_1[\omega]$  (т. к. ее значения приближаются к 1), а, наоборот, ухудшению, т. к. этот диапазон находится в окрестностях частоты Найквиста и соответствует относительному усилению эффекта алайзинга (относительно величины ослабления этого же эффекта для метода кубической сплайн-интерполяции).

### 5.5 Метод коррекции передаточной функции интерполятора

Идея метода коррекции искажений передаточной функции равномерно дискретизированного сигнала РКГ подразумевает оценку истинного спектра сигнала на входе интерполирующего фильтра на основе компенсации известных искажений, вносимых этим фильтром. Из формулы (9), представленной в виде

$$B_{\text{ex}}[f] = B_{\text{вх}}[f] / H[\omega] = B_{\text{вх}}[f] H[\omega]^{-1}, \quad (11)$$

следует, что для нахождения спектра сигнала на входе фильтра необходимо соответственно преобразовать ПФИ. Формула коррекции СПМ РКГ-сигнала из выражения (8) принимает вид

$$P_{\text{ex}}[f] = P_{\text{вх}}[f] H[\omega]^{-2}. \quad (12)$$

Учитывая, что ЧСС переменна во времени, коррекция применима только при условии неизменности среднего значения ЧСС (что также является условием для проведения корректного расчета СПМ), а сама функция коррекции должна быть промасштабирована в соответствии с текущим значением ЧСС для перехода к частоте  $f$ :

$$\omega = \frac{2\pi f}{HR}, \quad (13)$$

где  $HR$  соответствует ЧСС. Процедура коррекции выполняется по формуле

$$P_c[f] = P_a[f] \cdot \left( H_a \left[ \frac{2\pi f}{HR} \right] \right)^{-2}, \quad (14)$$

где  $p_c[f]$  – выходная СПМ после выполнения коррекции;  $p_a[f]$  – СПМ, полученная после аппроксимации (интерполяции);  $H_a$  – передаточная функция интерполяционного фильтра.

Коррекция СПМ проводилась посредством линейной и сплайн-интерполяции, т. к. в отличие от сплайнов Эрмита они имеют известные ПФИ. Оценка точности расчета спектральных показателей была выполнена как на модельных, так и на реальных РКГ-сигналах. В [13] представлен алгоритм формирования, а также обоснована эффективность использования модельных сигналов для оценивания качества математических методов анализа ВСР. Для оценки точности восстановления СПМ были использованы величины относительных ошибок (выраженные в процентах) спектральных показателей, представленных в табл. 1 (в рассмотренные включен также часто используемый на практике индекс LF/HF), рассчитанные по формуле (3).

В соответствии с [13], для расчета оценки качества восстановления СПМ сигналов РКГ наиболее эффективным является использование алгоритма моделирования сигнала путем прямого задания СПМ на основе известных значений спектральных показателей с последующим преобразованием сигнала во временную область. Такая методика построения искусственного временного ряда позволяет избежать ошибок оценки СПМ в самом алгоритме, т. к. истинная СПМ известна заранее. На модельных сигналах нами была использована методика случайного формирования функции СПМ по заданным значениям спектральных показателей, при этом сами показатели задавались случайно, с физиологически адекватными диапазонами их возможных значений:

$$\begin{aligned} P_{VLF} &= 1000 + 500\delta_1; \\ P_{LF} &= 1000 + 500\delta_2; \\ P_{VLF} &= 1000 + 500\delta_3; \\ TP &= P_{VLF} + P_{LF} + P_{HF} + 500\delta_4; \\ HP &= 900 + 200\delta_5, \end{aligned} \quad (15)$$

где  $P_{VLF}$ ,  $P_{LF}$ ,  $P_{HF}$ ,  $TP$  – значения мощности в соответствующих спектральных диапазонах (в соответствии с табл. 1),  $\text{мс}^2$ ;  $HP$  – средняя длительность RR-интервала,  $\text{мс}$ ;  $\delta_1$ ,  $\delta_2$ ,  $\delta_3$ ,  $\delta_5$  – статистически независимые генераторы действительных чисел в диапазоне  $[-1, 1]$  с равномерным вероятностным распределением,  $\delta_4$  – в диапазоне  $[0, 1]$ . Генерация проводилась 1000 раз, результаты статистического анализа результатов оценки спектральных показателей ВСР приведены в табл. 3.

Для простоты описания введем систематизированные обозначения для результатов обработки модельных РКГ. Пусть  $e_{i,j}$  соответствует пятикомпонентному (VLF, LF, HF, TP, LF/HF) вектору относительных невязок спектральных показателей, рассчитываемых по формуле (3). При этом переменные  $I_0$  и  $I_a$  для формулы (3) соответствуют различным комбинациям величин спектральных показателей ВСР, что будет описано далее, а индексы соответствуют:  $i$  – номеру таблицы (3 или 4),  $j$  – номеру столбца (от 1 до 6), в которые занесены результаты расчета. Величины спектральных показателей до коррекции – это величины, полученные до применения формулы (14), величины спектраль-

ных показателей после коррекции – соответственно после применения формулы (14):

1)  $e_{3,1}$  – использовалась линейная интерполяция. Условия для формулы (3):  $I_0$  – значения спектральных показателей ВСП после коррекции;  $I_a$  – значения спектральных показателей ВСП до коррекции;

2)  $e_{3,2}$  – использовалась сплайн-интерполяция. Условия для формулы (3):  $I_0$  – значения спектральных показателей ВСП после коррекции;  $I_a$  – значения спектральных показателей ВСП до коррекции;

3)  $e_{3,3}$  – использовалась и линейная, и сплайн-интерполяция. Условия для формулы (3):  $I_0$  – значения спектральных показателей ВСП при использовании линейной интерполяции до коррекции;  $I_a$  – значения спектральных показателей ВСП при использовании кубической сплайн-интерполяции до коррекции;

4)  $e_{3,4}$  – использовалась и линейная, и сплайн-интерполяция. Условия для формулы (3):  $I_0$  – значения спектральных показателей ВСП при использовании линейной интерполяции после коррекции;  $I_a$  – значения спектральных показателей ВСП при использовании кубической сплайн-интерполяции после коррекции;

5)  $e_{3,5}$  – использовалась линейная интерполяция. Условия для формулы (3):  $I_0$  – значения заданных по формулам (14) величин показателей ВСП;  $I_a$  – значения спектральных показателей ВСП после коррекции;

6)  $e_{3,6}$  – использовалась сплайн-интерполяция. Условия для формулы (3):  $I_0$  – значения заданных по формулам (15) величин показателей ВСП;  $I_a$  – значения спектральных показателей ВСП после коррекции.

Таблица 3

**Величины относительного отклонения спектральных показателей на модельных сигналах, выраженные в процентах**

Показатель	Вид интерполяции					
	1	2	3	4	5	6
VLF	-0,49	-0,00	0,29	-0,20	-11,72	-11,90
LF	-6,51	-0,07	7,37	0,40	2,63	3,04
HF	-45,98	-11,42	69,62	0,98	-3,75	-2,91
TP	-16,79	-3,59	16,76	0,41	-0,42	-0,03
LF/HF	81,25	14,17	-36,16	-0,49	7,19	6,56

Далее представлены результаты аналогичных оценок  $e_{i,j}$  на реальной, описанной выше, выборке из 40 испытуемых:

1)  $e_{4,1}$  – использовалась линейная интерполяция на реальных записях. Условия для формулы (3):  $I_0$  – значения спектральных показателей ВСП после коррекции;  $I_a$  – значения спектральных показателей ВСП до коррекции;

2)  $e_{4,2}$  – использовалась сплайн-интерполяция на реальных записях. Условия для формулы (3):  $I_0$  – значения спектральных показателей ВСП после коррекции;  $I_a$  – значения спектральных показателей ВСП до коррекции;

3)  $e_{4,3}$  – использовалась и линейная, и сплайн-интерполяция на реальных записях. Условия для формулы (3):  $I_0$  – значения спектральных показателей ВСП при использовании линейной интерполяции до коррекции;  $I_a$  – значения спектральных показателей ВСП при использовании кубической сплайн-интерполяции до коррекции;

4)  $e_{4,4}$  – использовалась и линейная, и сплайн-интерполяция. Условия для формулы (3):  $I_0$  – значения спектральных показателей ВСП при использовании линейной интерполяции после коррекции;  $I_a$  – значения спектральных показателей ВСП при использовании кубической сплайн-интерполяции после коррекции.

На рис. 15 представлен пример выполнения расчета СПМ, полученной после проведения линейной и сплайн-интерполяций, до и после проведения коррекции ПФИ.

Сравнивая результаты, представленные в столбцах табл. 3 и 4, можно наблюдать соответствие значений величин невязок для модельных и реальных

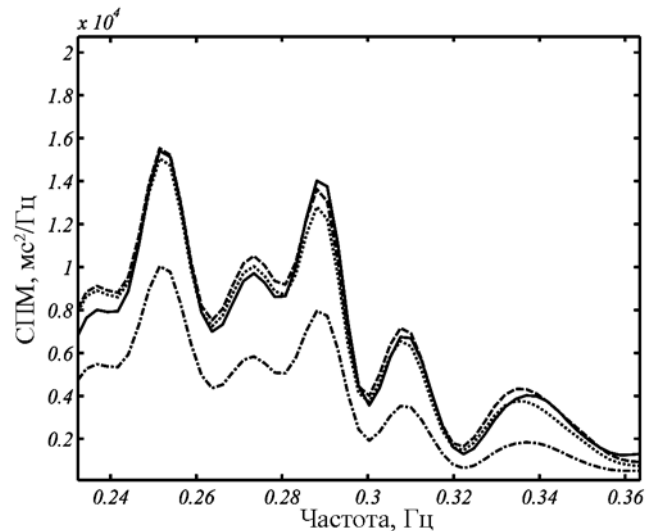


Рис. 15. Функции СПМ после выполнения линейной и сплайн-интерполяций, до и после проведения коррекции передаточной функции для линейной интерполяции с коррекцией (сплошная линия), линейной интерполяции без коррекции (штрихпунктирная линия), сплайн-интерполяции с коррекцией (штриховая линия) и сплайн-интерполяции без коррекции (пунктирная линия)

Таблица 4

**Величины относительного отклонения спектральных показателей на реальных сигналах, выраженные в процентах**

Показатель	Вид интерполяции			
	1	2	3	4
VLF	-0,48	-0,00	-0,24	-0,72
LF	-5,17	-0,05	7,07	1,55
HF	-34,84	-6,52	50,09	2,39
TP	-11,35	-1,86	12,13	0,99
LF/HF	51,35	7,92	-28,11	-0,73

сигналов: средние значения относительных оценок невязок для *табл. 3* и *4* составляют по столбцам 1-4 соответственно 12, 4,3, 14 и 0,8 %. Таким образом, можно утверждать, что коррекция СПМ по предложенному алгоритму существенно улучшает точность расчета спектральных показателей ВСП и теоретически позволяет получать величины ошибок, близкие приведенным в столбцах 5 и 6 *табл. 3*. Заметим, что отклонения показателя VLF, представленные в этих столбцах, в конечном итоге оказываются максимальными, по всей видимости, из-за выполнения операции детрендрования (выделение и вычитание линейного тренда перед процедурой БПФ). Корректная компенсация этой операции в частотной области не является тривиальной.

На этапе моделирования (размер выборки – 1000 генераций) нами было установлено, что для выборочной оценки математического ожидания (МО) показателя VLF в 12 % среднее квадратическое отклонение (СКО) оказывается равным 10 %, что соответствует по величине самому МО, и поэтому выполнять прямую компенсацию показателя (например, добавление постоянной составляющей), гарантируя улучшение качества оценки, нельзя. Возможным путем решения проблемы является дополнительная коррекция частотного диапазона для выполнения оценки показателя VLF.

В результате исследования установлено, что в качестве базового подхода для аппроксимации РКГ при расчете оценок их спектральных показателей следует использовать метод линейной интерполяции с последующей коррекцией функции СПМ по формуле (14). Кроме того, получен ряд результатов, важных для разработки стандарта по расчету оценок спектральных показателей ВСП.

Все рассмотренные методы интерполяции ослабляют высокочастотные составляющие сигнала РКГ.

Линейная интерполяция и интерполяция Эрмита обеспечивают максимальную стабильность оценок спектральных показателей ВСП при анализе ненормотопных и подверженных артефактам записей.

Сплайны старших степеней (4-я степень и более) уменьшают искажения спектра сигнала РКГ, однако не обладают достаточной стабильностью.

Процедура монотонной кубической интерполяции Эрмита обеспечивает стабильность, сравнимую с линейной интерполяцией, имеет ПФИ, более приближенную к идеальной (прохождение сигнала без искажений в области пропускания и отсутствие сигнала в области подавления) по сравнению с передаточной функцией линейного интерполятора, однако при этом применение к ней алгоритма коррекции является значительно более сложной задачей.

Кубическая сплайн-интерполяция с размещением точек разрыва полиномов на полюсах интерполяции обеспечивает самые минимальные искажения СПМ РКГ-сигнала из всех методов в сочетании с высокой стабильностью и высокой эффективностью оценок спектральных показателей ВСП. При анализе нормотопного ритма без значительных искажений сигнала (длительность исключен-

ных фрагментов менее 3 с) стабильность расчета оценок спектральных показателей сравнима и даже может оказаться лучше по критерию стабильности, чем линейная интерполяция. Изменение граничных условий интерполяции практически не влияет на оценки спектральных показателей.

Передаточная функция для метода сплайн-интерполяции обладает наилучшими антиалайзинговыми свойствами из всех устойчивых методов интерполяции.

Коррекция ПФИ может существенно улучшить эффективность расчета оценок спектральных показателей ВСП, приближая оценки спектральных показателей с использованием метода линейной интерполяции по критериям эффективности и точности к методу сплайн-интерполяции.

Как в случаях анализа «чистых» сигналов без помех, так и в случаях анализа зашумленных сигналов либо сигналов с ненормотопным ритмом, наиболее эффективно использовать метод линейной интерполяции с последующей коррекцией СПМ по формуле (14).

Учитывая антиалайзинговые свойства сплайн-интерполяции, она может быть эффективно использована в случаях низких значений ЧСС (например, при брадикардии), когда эффект алайзинга наиболее значительно проявляется в задачах интерполяции функций во временной области, где сплайн-интерполяция имеет неоспоримые преимущества перед линейной интерполяцией.

#### Список литературы:

1. Баевский Р.М., Иванов Г.Г., Чирейкин Л.В., Гаврилушкин А.П. и др. Анализ variability сердечного ритма при использовании различных электрокардиографических систем (методические рекомендации) // Вестник аритмологии. 2001. № 24. С. 65-87.
2. Баевский Р.М., Кириллов О.И., Клецкин С.З. Математический анализ изменений сердечного ритма при стрессе. – М.: Наука, 1984. 98 с.
3. Heart rate variability: Standards of measurement, physiological interpretation, and clinical use / Task Force of the European Society of Cardiology and the North American Society of Pacing and Electrophysiology // Circulation. 1996. № 93 (5). PP. 1043-1065.
4. Богомолов А.В., Гридин Л.А., Кукушкин Ю.А., Ушаков И.Б. Диагностика состояния человека: математические подходы. – М.: Медицина, 2003. 464 с.
5. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. – М.: Наука, 1989. 432 с.
6. Laguna P., Moody G.B., Mark R.G. Power spectral density of unevenly sampled data by least-square analysis: Performance and application to heart rate signals // IEEE Trans. Biomed. Eng. 1998. Vol. 45. № 6. PP. 698-715.
7. De Boor C. A Practical Guide to Splines. – Springer-Verlag, 1978.
8. Fritsch F.N., Carlson R.E. Monotone Piecewise Cubic Interpolation // SIAM Journal on Numerical Analysis. 1980. Vol. 17 (2). PP. 238-246.
9. Mitchell D.P., Netravali A.N. Reconstruction Filters in Computer Graphics // Computer Graphics. 1988. Vol. 22. № 4. PP. 221-228.

10. Akima H. A New Method of Interpolation and Smooth Curve Fitting Based on Local Procedures // J. ACM. 1970. Vol. 17. № 4. PP. 589-602.
  11. Давыдов А.В. Цифровая обработка сигналов / Электронный курс лекций: prodav.exponenta.ru/dsp/.
  12. Mihajlovic Z., Goluban A., Zagar M. Frequency Domain Analysis of B-Spline Interpolation // Industrial Electronics. 1999. Vol. 1. PP. 193-198.
  13. Богомолов А.В., Майстров А.И. Моделирование ритмокардиограмм в частотной области данных // Динамика сложных систем. 2009. № 1. С. 49-58.
  14. Витязев В.В. Анализ неравномерных временных рядов. – С.-Петербург. гос. ун-т, 2001.
  15. Lomb N.R. Least-squares frequency analysis of unequally spaced data // Astrophysical and Space Science. 1976. Vol. 39. PP. 447-462.
  16. Berger R.D., Akeselrod S., Gordon D., Cohen R.J. An efficient algorithm for spectral analysis of heart rate variability // IEEE Trans. Biomed. Eng. 1986. Vol. 33. PP. 900-904.
  17. DeBoer R.W., Karemaker J.M., Strackee J. Spectrum of a series of point event, generated by the integral pulse frequency modulation model // Med. Biol. Eng. Comput. 1985. Vol. 23. PP. 138-142.
  18. Unser M. B-Spline Signal Processing: Part I – Theory // IEEE Trans. on Sig. Proc. 1993. Vol. 41 (2). PP. 821-832.
  19. Роджерс Д., Адамс Дж. Математические основы машинной графики. – М.: Мир, 2001.
  20. Shannon C.E. Communication in the presence of noise // Proc. Institute of Radio Engineers. 1949. Vol. 37 (1). PP. 10-21.
  21. Welch P.D. The use of fast Fourier transform for the estimation of power spectra: A method based on time averaging over short modified periodograms // IEEE Trans. on Audio and Electroacoustics. 1967. Vol. 15. № 2. PP. 70-73.
  22. Schoenberg, I.J., Whitney A. A theorem on polygons in n dimensions with applications to variation-diminishing and cyclic variation-diminishing linear transformations // Compositio Mathematica. 1951. Vol. 9. PP. 141-160.
  23. Yen J.L. On nonuniform sampling of bandwidth-limited signals // IRE Trans. Circuit Theory. 1956. Vol. CT-3. PP. 251-257.
  24. Berrut J.P., Trefethen L.N. Barycentric Lagrange Interpolation // SIAM. 2004. Vol. 46-3. PP. 501-517.
  25. Atkinson K.E. An Introduction to Numerical Analysis (2nd edition). – NY: John Wiley & Sons, 1988.
  26. Warren J., Weimer H. Variational subdivision for natural cubic splines // Approximation Theory. 1998. Vol. IX. № 2. PP. 345-352.
- Юрий Александрович Кукушкин,  
д-р техн. наук, профессор,  
ведущий научный сотрудник,  
Государственный научно-исследовательский  
испытательный институт военной медицины,  
Алексей Игоревич Майстров,  
студент,  
кафедра «Медико-технические  
информационные технологии»,  
Московский государственный технический  
университет им. Н.Э. Баумана,  
Алексей Валерьевич Богомолов,  
д-р техн. наук, профессор,  
ведущий научный сотрудник,  
Государственный научно-исследовательский  
испытательный институт военной медицины,  
г. Москва,  
e-mail: yakukushkin@gmail.com*

А.А. Данилов, С.А. Долгушин, А.С. Лукин, С.А. Терещенко

## ОДНОВРЕМЕННОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТОВ ПОГЛОЩЕНИЯ И РАССЕЯНИЯ БИОЛОГИЧЕСКОЙ СИЛЬНОРАСSEИВАЮЩЕЙ СРЕДЫ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ НЕПРЕРЫВНОГО ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

### Аннотация

Описан метод одновременного определения коэффициентов поглощения и рассеяния в однородном слое биологической сильнорассеивающей среды, основанный на использовании уточненной диффузионной модели переноса излучения и регистрации интенсивности прошедшего через образец непрерывного лазерного излучения для двух значений толщины слоя. Приведены результаты экспериментов для модельной биологической сильнорассеивающей среды. По экспериментальным данным определены коэффициент поглощения и коэффициент рассеяния модельной среды. Доказана применимость предложенного метода путем сопоставления с дополнительными экспериментальными данными.

### Введение

Использование лазерного излучения ближнего ИК-диапазона в настоящее время является одним из наиболее перспективных направлений развития методов медицинских диагностических исследований [1]-[3]. При этом актуальным является как совершенствование методов лабораторных фотометрических исследований, так и развитие новых ди-

агностических методик – оптической топографии и оптической трансмиссионной томографии.

Одним из основных преимуществ лазерного излучения является возможность одновременного получения информации о клеточном строении и биохимическом составе исследуемого объекта. Это связано с особенностями взаимодействия оптического излучения с биологическими средами. При прохождении тонкого лазерного пучка через биологичес-