

## Математическая модель оценки физиологических параметров в роторных насосах крови

### Аннотация

Представлены результаты разработки математической модели оценки физиологических параметров в роторных насосах крови на основе анализа расходно-напорных характеристик педиатрического роторного насоса крови «Спутник». Разработанная математическая модель, используемая для косвенной оценки расходно-напорных характеристик, была построена на основе данных, полученных в статических и динамических условиях, что позволило охватить широкий диапазон возможных состояний сердечно-сосудистой системы. Для усредненных по одному сердечному циклу значений расхода и напора для педиатрического роторного насоса крови «Спутник» была получена следующая точность: для расхода  $R^2 = 0,998$ , для напора  $R^2 = 0,976$ . Верификация математической модели была выполнена при помощи стенда «ViVito Pulse Duplicator SD2001-1» («ViVito Inc.», Виктория, Канада); при ее проведении была получена следующая точность усредненных по одному сердечному циклу значений: для расхода  $R^2 = 0,993$ , для напора  $R^2 = 0,994$ .

### Введение

Ежегодно в мире диагностируется около 1 млн случаев сердечной недостаточности [1]. Эффективным средством борьбы с сердечной недостаточностью является трансплантация сердца или имплантация аппарата вспомогательного кровообращения (АВК). Количество трансплантаций по объективным причинам не увеличивается, при этом заметен рост числа имплантаций АВК [2].

Современные АВК представлены роторными насосами крови (РНК), единственной подвижной частью которых является импеллер [3], работающий по принципу векторного управления синхронной электрической машиной постоянного тока. Управляя скоростью вращения ротора, удастся добиться необходимых физиологических параметров расхода крови и перепада давления в насосе.

Основными физиологическими параметрами, которые необходимо оценивать при работе РНК, являются: расход крови через насос, давление на входе насоса и давление на выходе насоса.

На сегодняшний день можно выделить два основных способа определения расхода крови: прямое измерение кровотока и измерение посредством косвенных методов [4]-[6].

Косвенные методы базируются на исследовании зависимости потребляемой мощности от расхода через насос. Данный тип оценки кровотока является перспективным, поскольку позволяет отказаться от использования в конструкции РНК датчиков, которые увеличивают сложность системы и соответственно снижают ее надежность.

Сложность использования косвенного измерения в АВК базируется на низком КПД системы, что затрудняет проведение оценки прямой связи между электрическими и гидравлическими параметрами системы. Так, максимальный КПД в РНК не превышает 20%. На рис. 1 представлена диаграмма потерь мощности в РНК. Эти потери можно условно разделить на электрические, механические и гидравлические, вносящие существенный вклад в итоговый КПД системы.

Единственным коммерческим АВК, использующим прямое измерение кровотока, является «HeartAssist 5» («ReliantHeart Inc.», Хьюстон, Техас, США). Для определения расхода насоса в нем используется ультразвуковой датчик, который крепится к выходной канюле. Данные от датчика передаются по кабелю к контроллеру насоса, а от него, посредством чрескожного кабеля, к системе управления «HeartAssist 5» [7].

В отличие от центробежных насосов, соотношение между расходом и мощностью в которых является линейным, у осевых насосов внутренние потери энергии и другие факторы, влияющие на поведение насоса, приводят к нелинейному и немонокотному отношению расхода к мощности [3], [8].

Несмотря на описанные ограничения, РНК осевого типа остаются наиболее часто имплантируемыми системами в мире [9], что ставит перед исследователями задачу повышения качества косвенной оценки физиологических параметров в РНК.

Целью проводимых исследований, представленных в данной статье, являлось улучшение качественного анализа оценки состояния работы осевого РНК посредством исследования влияния электрических параметров работы РНК на расходно-напорные характеристики. В качестве объекта исследования в работе рассматривался педиатрический роторный насос крови «Спутник» (ПРНК) [10]-[12].

### Материалы и методы

На данный момент разработано много косвенных методов определения кровотока [13]-[15], большинство из них используют полиномы для описания взаимоотношения между потребляемой мощностью и расходом крови.

На основе исследования методов косвенного определения потока и перепада давления в РНК были выбраны следующие исходные модели РНК [16], [17]:

$$Q = a \cdot I + b \cdot I^2 + c \cdot I^3 + d \cdot \omega + e \cdot \omega^2 + g \cdot \omega \cdot I + h \cdot \omega^2 \cdot I + k - m \cdot \frac{d\omega}{dt}; \quad (1)$$

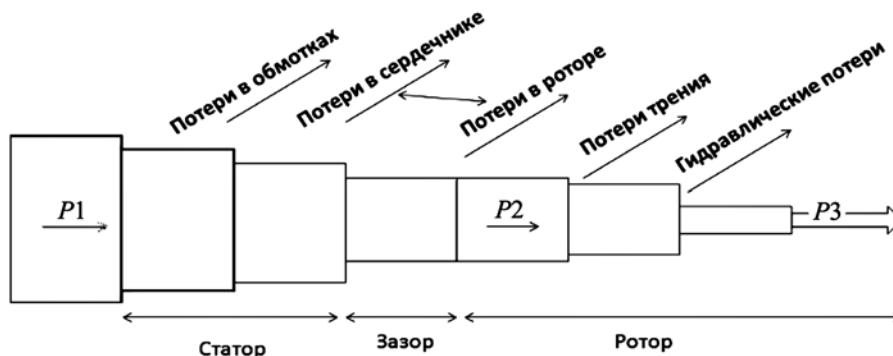


Рис. 1. Диаграмма потерь мощности в РНК:  $P_1$  – электрическая мощность;  $P_2$  – механическая мощность;  $P_3$  – гидравлическая мощность

$$H = P_o - P_i = b_0 Q + b_1 Q^2 + b_2 \omega^2 + b_3 \frac{dQ}{dt} + b_4 \frac{d\omega}{dt}, \quad (2)$$

где  $Q$  – расход в насосе;  $H$  – перепад давления в насосе;  $I$  – потребляемый электрический ток;  $\omega$  – скорость вращения ротора насоса;  $a...m$  и  $b_0...b_4$  – коэффициенты модели насоса;  $P_o$  и  $P_i$  – давления на выходе и входе РНК соответственно.

Квадратичная зависимость скорости вращения ротора и линейная зависимость от расхода в уравнении для напора обуславливаются формулой Эйлера для центробежных и осевых насосов крови [18]. Введение квадратичной зависимости расхода в формулу напора позволяет описать потери вязкого трения в насосе [19]. Введение производных расхода и скорости вращения ротора по времени позволяет описать РНК в динамических условиях.

Уравнения (1) и (2) были модифицированы посредством анализа электромеханического взаимодействия в РНК.

Управление РНК осуществляется по принципу векторного управления синхронной электрической машиной постоянно-го тока, описываемого следующим уравнением [20]:

$$J \frac{d\omega}{dt} = T_m - B \cdot \omega - T_l, \quad (3)$$

где  $J$  – момент инерции ротора;  $\omega$  – скорость вращения двигателя, рад/с;  $T_m$  – крутящий момент двигателя;  $T_l$  – механический момент;  $B$  – коэффициент затухания.

Крутящий момент двигателя может быть записан в следующем виде [21]:

$$T_m = \frac{3}{2} K_E I, \quad (4)$$

где  $K_E$  – константа противоЭДС;  $I$  – электрический ток в обмотках двигателя.

Зависимость между механическим моментом, скоростью вращения двигателя и генерируемым расходом может быть представлена следующим образом [21]:

$$T_l = c_0 \omega^3 + c_1 Q \omega^2, \quad (5)$$

где  $c_0$  и  $c_1$  – коэффициенты регрессии.

Общее уравнение РНК приобретает вид

$$J \frac{d\omega}{dt} = \frac{3}{2} K_E I - B \omega - c_0 \omega^3 - c_1 Q \omega^2. \quad (6)$$

Выразив из него расход жидкости, получаем

$$Q = d_1 \omega^{-2} I + d_2 \cdot \omega^{-1} + d_3 \omega + d_4 \omega^{-2} \frac{d\omega}{dt}, \quad (7)$$

где

$$d_1 = \frac{3K_E}{2c_1}; \quad d_2 = \frac{-B}{c_1}; \quad d_3 = \frac{-c_0}{c_1}; \quad d_4 = \frac{-J}{c_1}.$$

Перепишем уравнения (1) и (2) в следующем виде для случая работы РНК в динамических условиях:

$$\begin{aligned} Q = & f_0 + f_1 \omega + f_2 \omega^2 + f_3 I + f_4 I^2 + \\ & + f_5 I^3 + f_6 \omega I + f_7 \omega^2 I + f_8 \omega^{-2} I + \\ & + f_9 \cdot \omega^{-1} + f_{10} \frac{d\omega}{dt} + f_{11} \frac{dI}{dt}; \end{aligned} \quad (8)$$

$$H = h_0 + h_1 I + h_2 I^2 + h_3 \omega^2 + h_4 \frac{d\omega}{dt} + h_5 \frac{dI}{dt}. \quad (9)$$

Математическая модель, представленная уравнениями (8) и (9), была апробирована на данных ПРНК, полученных в ходе проведения статических и динамических исследований ПРНК в диапазоне скоростей вращения ротора 10 000...15 000 об/мин. В ходе проведения исследований были определены коэффициенты регрессии  $f_0...f_{11}$  в уравнении (8) и  $h_0...h_5$  в уравнении (9).

Необходимость использования статических характеристик обусловлена возможностью работы РНК в режиме полной

поддержки кровообращения, во время которого снижается уровень пульсаций и в пределе РНК переходит из динамического режима работы в статический.

Для проведения статических исследований был разработан гидравлический контур согласно [22]. В состав контура входят ультразвуковой датчик расхода жидкости («ME-11PXL Clamp-on Tubing Flowsensors»; «Transonic Systems»), датчики давления на входе и выходе насоса (PSE563-C01; «SMC Pneumatics», Йорба-Линда, Калифорния, США), регулируемый элемент сопротивления, резервуар с рабочей жидкостью и набор гибких лабораторных трубок из поливинилхлорида, имеющих внутренний диаметр 12,7 мм («TYGON E-3603», «Compagnie de Saint-Gobain») для подключения ПРНК к остальным частям контура. В качестве модельной жидкости использовалась 32%-ная смесь глицерина с водой.

На рис. 2 и 3 представлены расходно-напорные и расходно-энергетические характеристики ПРНК для диапазона скоростей вращения ротора 6 000...15 000 об/мин.

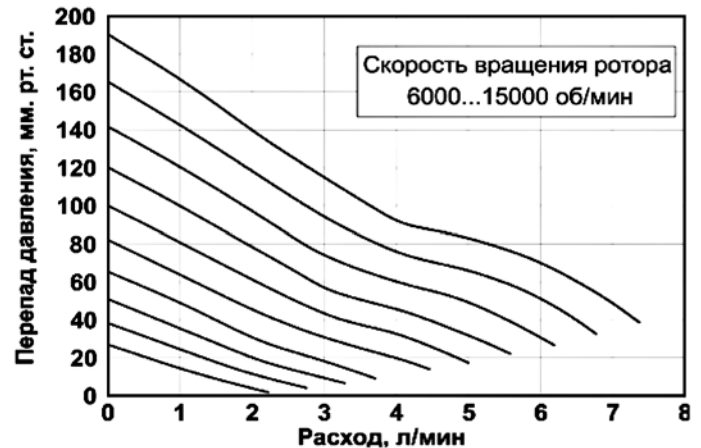


Рис. 2. Расходно-напорные характеристики ПРНК

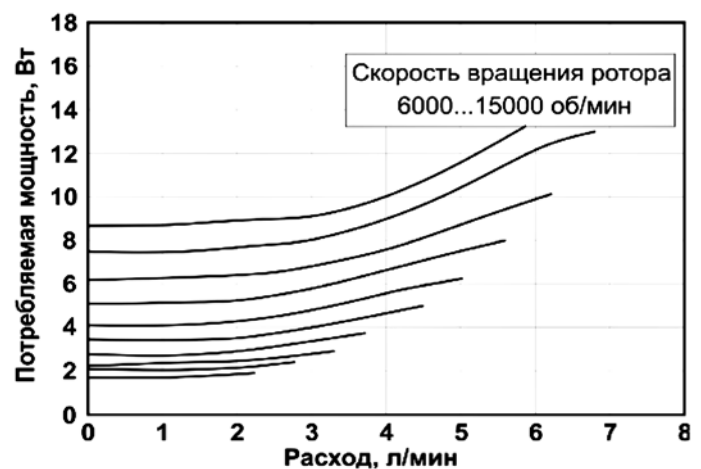


Рис. 3. Расходно-энергетические характеристики ПРНК

В ходе проведения динамических испытаний на ранее разработанном стенде [10] были получены динамические РНК ПРНК, представленные на рис. 4. На рис. 4 представлены контуры зависимости расхода от тока управления. Из представленного графика можно выделить три основные тенденции:

- в положительной области расхода РНК ток управления и поток через насос имеют прямую зависимость: с ростом расхода увеличивается электрический ток;
- в отрицательной области расхода РНК ток управления и поток через насос имеют обратную зависимость: с ростом расхода электрический ток падает;
- с ростом скорости вращения ротора РНК увеличивается степень поддержки, что увеличивает общий расход в РНК, но снижает уровень пульсаций расхода (электрического тока).

## Результаты и выводы

Точность определения расхода в ПРНК, определенная по формуле (8), составила  $R^2 = 0,995$ , точность определения перепада давления по уравнению (9) составила  $R^2 = 0,861$ . Коэффициенты регрессии  $f_0...f_{11}$  в уравнении (8) и  $h_0...h_5$  в уравнении (9) определялись посредством метода наименьших квад-

ратов. Для усредненных по одному сердечному циклу значений расхода и напора в ПРНК была получена следующая точность: для расхода  $R^2 = 0,998$ , для напора  $R^2 = 0,976$ .

Для верификации полученной математической модели расхода и перепада давления в ПРНК [уравнения (8) и (9)] были проведены экспериментальные исследования при помощи стенда «ViVito Pulse Duplicator SD2001-1» («ViVito Inc.», Викто-

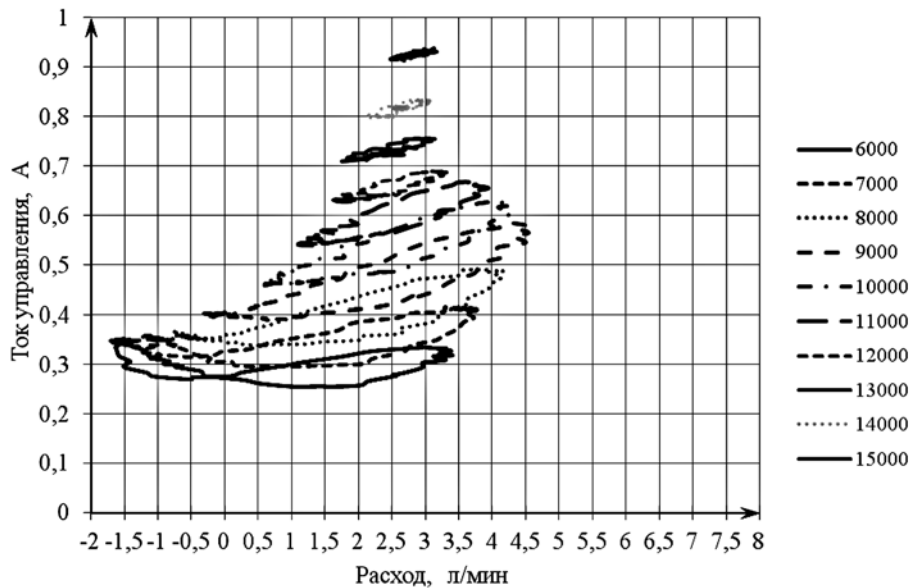


Рис. 4. Контуры зависимости расхода в ПРНК от тока управления

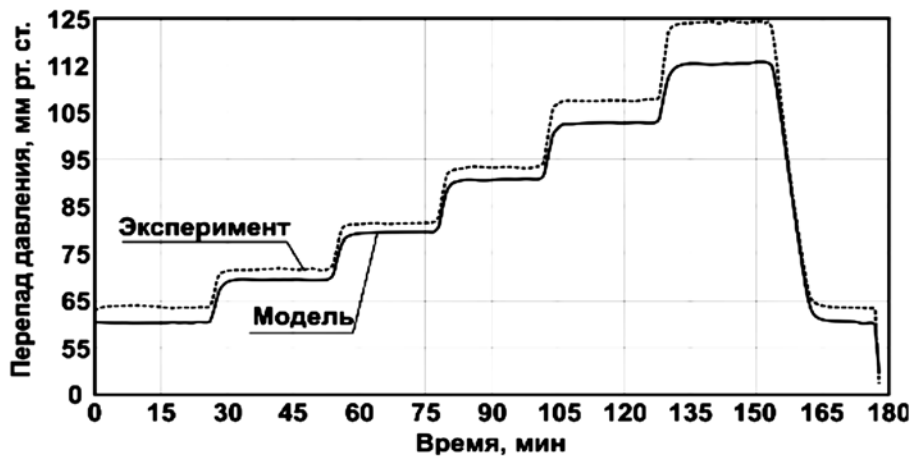


Рис. 5. Экспериментальные (пунктирная кривая) и рассчитанные при помощи уравнения (9) модельные (сплошная кривая) значения напора в ПРНК в динамических условиях, усредненные за один сердечный цикл

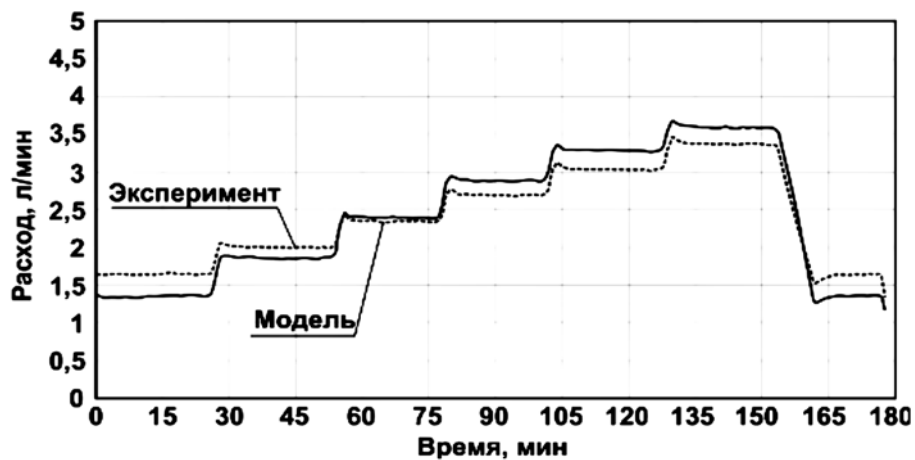


Рис. 6. Экспериментальные (пунктирная кривая) и рассчитанные при помощи уравнения (8) модельные (сплошная кривая) значения расхода в ПРНК в динамических условиях, усредненные за один сердечный цикл

рия, Канада), позволяющего воспроизводить функцию сердца, генерируя пульсирующий поток жидкости.

На рис. 5 и 6 представлены результаты сравнения экспериментальных и расчетных значений расхода и напора.

Усредненная по одному сердечному циклу точность определения расхода в ПРНК, рассчитанная по формуле (8), составила  $R^2 = 0,993$ , точность определения перепада давления по уравнению (9) составила  $R^2 = 0,994$ .

Таким образом, на основе определения расхода и перепада давления в ПРНК при помощи уравнений (8) и (9), полученных на различных испытательных стендах, можно утверждать состоятельность представленной математической модели для достоверной оценки напора и расхода в ПРНК в диапазоне от 1,5 до 3,0 л/мин при скорости вращения ротора в диапазоне 10 000...15 000 об/мин на основе параметров электрического тока управления и скорости вращения ротора.

**Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда. Соглашение № 20-49-04404.**

#### Список литературы:

1. Giridharan et al. Miniaturization of Mechanical Circulatory Support Systems // Artificial Organs. 2012. Vol. 36 (8). PP. 731-758.
2. Kirklin J.K., Pagani F.D., Kormos R.L. et al. Eighth annual INTERMACS report: Special focus on framing the impact of adverse events // J. Heart Lung Transplant. 2017. Vol. 36. PP. 1080-1086.
3. Selishchev S.V., Telyshev D.V. Optimisation of the Sputnik-VAD design // The International Journal of Artificial Organs. 2016. Vol. 39. (8). PP. 407-414.
4. Slaughter M.S., Bartoli C.R., Sobieski M.A. et al. Intraoperative evaluation of the Heartmate II flow estimator // The Journal of Heart and Lung Transplantation. 2009. Vol. 28 (1). PP. 39-43.
5. Wakisaka Y., Okuzono Y., Taenaka Y. et al. Noninvasive pump flow estimation of a centrifugal blood pump // Artificial Organs. 1997. Vol. 21 (7). PP. 651-654.
6. Lim E., Karantonis D.M., Reizes J.A. et al. Noninvasive average flow and differential pressure estimation for an implantable rotary blood pump using dimensional analysis // IEEE transactions on Biomedical Engineering. 2008. Vol. 55 (8). PP. 2094-2101.
7. Pektok E. et al. Remote monitoring of left ventricular assist device parameters after HeartAssist-5 implantation // Artificial Organs. 2013. Vol. 37 (9). PP. 820-825.
8. Pennings K.A., Martina J.R., Rodermans B.F. et al. Pump flow estimation from pressure head and power uptake for the HeartAssist5, HeartMate II, and HeartWare VADs // ASAIO Journal. 2013. Vol. 59 (4). PP. 420-426.
9. Schmid D.M., Kaufmann F., Amacher R. et al. Left ventricular assist devices: Challenges toward sustaining long-term patient care // Annals of Biomedical Engineering. 2017. Vol. 45 (8). PP. 1836-1851.
10. Telyshev D., Denisov M., Pugovkin A. et al. The Progress in the Novel Pediatric Rotary Blood Pump Sputnik Development // Artificial Organs. 2018. Vol. 42 (4). PP. 432-443.
11. Telyshev D.V., Denisov M.V., Selishchev S.V. The Effect of Rotor Geometry on the H-Q Curves of the Sputnik Implantable Pediatric Rotary Blood Pump // Biomedical Engineering. 2017. Vol. 50 (6). PP. 420-424.
12. Denisov M.V., Selishchev S.V., Telyshev D.V. et al. Development of Medical and Technical Requirements and Simulation of the Flow-Pressure Characteristics of the Sputnik Pediatric Rotary Blood Pump // Biomedical Engineering. 2017. Vol. 50 (5). PP. 296-299.
13. Ayre P.J., Lovell N.H., Woodard J.C. Non-invasive flow estimation in an implantable rotary blood pump: A study considering nonpulsatile and pulsatile flows // Physiological Measurement. 2003. Vol. 24 (1). PP. 179-189.
14. AlOmari A.H., Savkin A.V., Karantonis D.M. et al. Noninvasive estimation of pulsatile flow and differential pressure in an implantable rotary blood pump for heart failure patients // Physiological Measurement. 2009. Vol. 30 (4). PP. 371-386.
15. Malagutti N., Karantonis D.M., Cloherty S.L. et al. Noninvasive average flow estimation for an implantable rotary blood pump: A new algorithm incorporating the role of blood viscosity // Artificial Organs. 2007. Vol. 31 (1). PP. 45-52.
16. Granegger M., Moscato F., Casas F. et al. Development of a pump flow estimator for rotary blood pumps to enhance monitoring of ventricular function // Artificial Organs. 2012. Vol. 36 (8). PP. 691-699.
17. Pirobodaghi T. Mathematical modeling of rotary blood pumps in a pulsatile in vitro flow environment // Artificial Organs. 2017. Vol. 41 (8). PP. 711-716.
18. Stepanoff A.J. Centrifugal and axial flow pumps: Theory, design, and application. – New York: J. Wiley, 1948. 428 p.
19. Nelik L. Centrifugal and Rotary Pumps: Fundamentals with Applications. – Boca Raton, FL: CRC Press LLC, 1999. 152 p.
20. Pillay P., Krishnan R. Modeling, simulation and analysis of permanent magnet motor drives. I. The brushless DC motor drives // IEEE Transactions on Industry Applications. 1989. Vol. 25 (2). PP. 263-273.
21. Choi S., Boston J.R., Thomas D. et al. Modeling and identification of an axial flow blood pump // Proceedings of the American Control Conference. 1997. Vol. 6. PP. 3714-3715.
22. Yoshizawa M., Sato T., Tanaka A. et al. Sensorless estimation of pressure head and flow of a continuous flow artificial heart based on input power and rotational speed // ASAIO Journal. 2002. Vol. 48 (4). PP. 443-448.

Дмитрий Викторович Тельшев,  
канд. техн. наук, доцент, директор,  
Институт бионических технологий

и инжиниринга,  
ФГАОУ ВО «Первый МГМУ  
им. И.М. Сеченова» Минздрава России,  
г. Москва,

зам. директора по научной деятельности,  
Институт биомедицинских систем НИУ МИЭТ,  
г. Москва, г. Зеленоград,  
e-mail: telyshev@bms.zone

\* \* \* \* \*