

Развитие расчетного способа определения эффективной энергии рентгеновского излучения и его экспериментальная проверка

Аннотация

Представлены варианты уточнения полученного ранее аналитического выражения для расчета эффективной энергии рентгеновского излучения и вывод нового выражения с учетом этих уточнений. Проведены экспериментальная проверка и оценка погрешности предложенного расчетного способа определения эффективной энергии рентгеновского излучения в зависимости от анодного напряжения на рентгеновской трубке и от материала и толщины фильтра, через который проходит излучение.

Одной из величин, позволяющих на практике охарактеризовать качество тормозного рентгеновского излучения, является его эффективная энергия [1], [2]. В работах [3], [4] был предложен способ расчета эффективной энергии пучка рентгеновского излучения, получено соответствующее аналитическое выражение и проведена теоретическая оценка максимального значения относительной погрешности расчета эффективной энергии с использованием полученного выражения. Вывод этого выражения основан на рассмотрении ослабления интенсивности рентгеновского излучения. Однако на практике, как правило, ослабление излучения оценивают по уменьшению его дозы или мощности дозы [2].

Для учета ослабления каждой компоненты энергетического спектра рентгеновского излучения при его прохождении через вещество фильтра в работе [3] использовалась следующая зависимость массового коэффициента ослабления для этого вещества μ_m от энергии E компоненты:

$$\mu_m(E) = \alpha \cdot \frac{(h \cdot c)^n}{E^n} + \beta, \quad (1)$$

где h – постоянная Планка; c – скорость света в вакууме; α , β и n – постоянные для каждого вещества коэффициенты. Для определения этих коэффициентов проводилась аппроксимация функции (1) по известным табулированным величинам μ_m для алюминия, полученным из справочных данных [5]. При этом аппроксимация проводилась сразу для всего диапазона энергий рентгеновских квантов – от 0 до 150 кэВ. Но в данном диапазоне энергий массовый коэффициент ослабления μ_m для алюминия претерпевает существенное изменение. Кроме того, для используемых в традиционной рентгенодиагностике значений анодного напряжения рентгеновского аппарата от 40 до 150 кВ и суммарной фильтрации пучка рентгеновского излучения от 2 до 50 мм в алюминиевом эквиваленте [6] величина эффективной энергии изменяется в меньшем диапазоне – от 20 до 90 кэВ [1]-[3]. Целесообразной поэтому видится оптимизация диапазонов аппроксимации для уменьшения погрешности конечного расчета.

Похожий на использованный в [3] подход был применен в работах [7], [8] при получении выражений для расчета коэффициента пропускания рентгеновского излучения тестовым фильтром и первого слоя половинного ослабления. Однако в этих работах при получении указанных выражений рассматривалось ослабление не интенсивности излучения, а мощности экспозиционной дозы и было осуществлено разбиение всего диапазона энергий рентгеновских квантов от 0 до 150 кэВ на два поддиапазона: от 0 до 40 кэВ и от 40 до 150 кэВ. Подобным образом можно действовать и при выводе выраже-

ния для определения эффективной энергии рентгеновского излучения.

Согласно определению эффективной энергии E_{ef} [3], для тестового фильтра толщиной d_f должно выполняться равенство

$$e^{-\mu_m(E_{ef}) \cdot \rho \cdot d_f} = \frac{P}{P_0} = K, \quad (2)$$

где ρ – плотность материала тестового фильтра; P_0 и P – мощности экспозиционной дозы рентгеновского излучения соответственно до и после прохождения тестового фильтра; K – коэффициент пропускания рентгеновского излучения тестовым фильтром.

Логарифмируя выражение (2), получим

$$\mu_m(E_{ef}) = -\frac{\ln K}{\rho \cdot d_f}, \quad (3)$$

откуда, с учетом выражения (1),

$$\alpha \cdot \frac{(h \cdot c)^n}{E_{ef}^n} + \beta = -\frac{\ln K}{\rho \cdot d_f}. \quad (4)$$

Как указывалось выше, в традиционной рентгенодиагностике величина эффективной энергии изменяется в диапазоне от 20 до 90 кэВ, поэтому для определения постоянных α , β и n необходимо аппроксимировать функцию (1) по известным табулированным величинам μ_m для алюминия, полученным из справочных данных [5], именно для этого диапазона энергий. В результате аппроксимации определены следующие значения коэффициентов: $\alpha = 13290 \text{ см}^2/(\text{г} \cdot \text{нм}^n)$, $\beta = 0,1512 \text{ см}^2/\text{г}$ и $n = 2,986$.

Выражая из уравнения (4) величину эффективной энергии E_{ef} как функцию от коэффициента K пропускания излучения, получим

$$E_{ef}(K) = h \cdot c \cdot \alpha^{\frac{1}{n}} \cdot \left(\frac{\ln K^{-1}}{\rho \cdot d_f} - \beta \right)^{\frac{1}{n}}. \quad (5)$$

Выражение для расчета коэффициента K пропускания излучения тестовым алюминиевым фильтром толщиной d_f по известным значениям анодного напряжения U_a рентгеновского аппарата и суммарной фильтрации d_f пучка рентгеновского излучения было получено в [7]:

$$K(U_a, d_f, d_i) = \frac{\sum_{i=1}^2 e^{-\beta \cdot \rho \cdot d_i} \cdot \int_{U_{i-1}}^{U_i} (U_a - U) \cdot \left[\alpha_{ki} \cdot \left(\frac{1,24}{U} \right)^{n_{ki}} + \beta_{ki} \cdot \frac{U}{1,24} \right] \cdot e^{-\alpha_i \left(\frac{1,24}{U} \right)^{n_i} \cdot \rho(d_f + d_i)} \cdot dU}{\sum_{i=1}^2 \int_{U_{i-1}}^{U_i} (U_a - U) \cdot \left[\alpha_{ki} \cdot \left(\frac{1,24}{U} \right)^{n_{ki}} + \beta_{ki} \cdot \frac{U}{1,24} \right] \cdot e^{-\alpha_i \left(\frac{1,24}{U} \right)^{n_i} \cdot \rho d_f} \cdot dU}, \quad (6)$$

где $U_1 = 40 \text{ кВ}$; $U_2 = U_a$; $\rho = 2,7 \text{ г/см}^3$; $\alpha_1 = 13290 \text{ см}^2/(\text{г} \cdot \text{нм}^{n_1})$; $\beta_1 = 0,1531 \text{ см}^2/\text{г}$; $n_1 = 2,987$; $\alpha_2 = 2595 \text{ см}^2/(\text{г} \cdot \text{нм}^{n_2})$; $\beta_2 = 0,1207 \text{ см}^2/\text{г}$; $n_2 = 2,497$; $\alpha_{K1} = 3383 \text{ см}^2/(\text{г} \cdot \text{нм}^{n_{K1}})$; $\beta_{K1} = 0,0002270 \text{ см}^2/\text{г}$; $n_{K1} = 3,148$; $\alpha_{K2} = 261,7 \text{ см}^2/(\text{г} \cdot \text{нм}^{n_{K2}})$; $\beta_{K2} = 0,0001891 \text{ см}^2/\text{г}$; $n_{K2} = 2,408$, $U_0 = 0$.

Окончательно, с учетом выражения (6), получаем из уравнения (5) выражение для определения эффективной энергии E_{ef} (кэВ) тормозного рентгеновского излучения по известным значениям анодного напряжения U_a (кВ) рентгеновского аппарата, суммарной фильтрации d_f (см) пучка рентгеновского излучения и толщины тестового алюминиевого фильтра d_t (см):

$$E_{ef}(U_a, d_f, d_t) = 1,24 \cdot \alpha^n \times \left[\frac{\ln \left(\frac{\sum_{i=1}^2 e^{-\beta_i \rho d_t} \cdot \int_{U_{i-1}}^{U_i} (U_a - U) \cdot \left[\alpha_{Ki} \cdot \left(\frac{1,24}{U} \right)^{\eta_{Ki}} + \beta_{Ki} \cdot \frac{U}{1,24} \right] \cdot e^{-\alpha_i \left(\frac{1,24}{U} \right)^{\rho(d_f + d_t)}} \cdot dU}{\sum_{i=1}^2 \int_{U_{i-1}}^{U_i} (U_a - U) \cdot \left[\alpha_{Ki} \cdot \left(\frac{1,24}{U} \right)^{\eta_{Ki}} + \beta_{Ki} \cdot \frac{U}{1,24} \right] \cdot e^{-\alpha_i \left(\frac{1,24}{U} \right)^{\rho d_f}} \cdot dU} \right)}{\rho \cdot d_t} \right]^{-\beta} \quad (7)$$

Для проверки формулы (7) можно воспользоваться результатами экспериментального определения коэффициента K пропускания излучения алюминиевым тестовым фильтром толщиной 1 мм, приведенными в работе [7]. При проведении эксперимента менялись величины анодного напряжения U_a и общей толщины дополнительных алюминиевых фильтров. С помощью выражения (3) по экспериментальным значениям K можно определить соответствующий имеющимся условиям массовой коэффициент ослабления μ_m для алюминия, а воспользовавшись табличными сведениями о зависимости μ_m от энергии, имеющимися в справочных данных [5], можно соотнести полученное значение μ_m с соответствующим значением энергии. Это и будет экспериментально полученное значение эффективной энергии для данных условий проведения эксперимента.

В табл. 1 приведены результаты определения экспериментальных и рассчитанных по формуле (7) значений

эффективной энергии излучения при разных величинах общей толщины дополнительных фильтров, анодного напряжения и соответствующих значений суммарной фильтрации пучка рентгеновского излучения для толщины алюминиевого тестового фильтра 1 мм.

Анализ данных, приведенных в табл. 1, показывает, что большинство экспериментальных и расчетных значений отличаются не более чем на $\pm 2\%$. Только для величин анодного напряжения, приближающихся к 100 кВ и выше, при общей толщине дополнительных алюминиевых фильтров 2 мм и более максимальное расхождение достигает $\pm 3\%$. Эта величина оказалась меньше полученных в работах [4], [9] соответственно теоретического и экспериментального значений относительной погрешности вычисления эффективной энергии излучения, составивших $\pm 4\%$ для значений анодного напряжения от 40 до 150 кВ и общей толщины алюминиевого фильтра от 2 до 45 мм.

С помощью данных, полученных при проведении описанного в работе [7] эксперимента, можно определить значения коэффициента K пропускания излучения алюминиевыми тестовыми фильтрами толщиной от 1 до 5 мм. Результаты определения экспериментальных и рассчитанных по формуле (7) значений эффективной энергии излучения при разных величинах толщины тестового фильтра, анодного напряжения и соответствующих значений суммарной фильтрации пучка рентгеновского излучения приведены в табл. 2.

Приведенные в табл. 2 данные доказывают, что при изменении толщины тестового фильтра меняется и величина эффективной энергии [3], причем при увеличении указанной толщины эффективная энергия тоже увеличивается. И наоборот, при стремлении толщины тестового фильтра к нулю величина эффективной энергии приближается к своему минимальному для данных условий значению и практически не изменяется при уменьшении тол-

Таблица 1

Экспериментальные (числитель) и расчетные (знаменатель) значения эффективной энергии излучения (кэВ) при разных величинах общей толщины дополнительных фильтров, анодного напряжения и соответствующих значениях суммарной фильтрации излучения

Анодное напряжение, кВ	Суммарная фильтрация излучения, мм Al	Общая толщина дополнительных алюминиевых фильтров, мм				
		0	1	2	3	4
52,4 ± 1,0	1,432	22,5 ± 0,1	25,4 ± 0,2	27,5 ± 0,1	29,0 ± 0,1	30,3 ± 0,1
		22,8 ± 0,1	25,6 ± 0,2	27,6 ± 0,2	29,2 ± 0,2	30,5 ± 0,2
54,2 ± 1,1	1,437	22,7 ± 0,2	25,8 ± 0,2	27,7 ± 0,1	29,5 ± 0,2	30,8 ± 0,3
		23,0 ± 0,1	25,8 ± 0,1	27,9 ± 0,2	29,5 ± 0,2	30,9 ± 0,3
61,1 ± 1,2	1,463	23,3 ± 0,1	26,5 ± 0,1	28,8 ± 0,1	30,8 ± 0,2	32,2 ± 0,1
		23,6 ± 0,1	26,6 ± 0,1	28,8 ± 0,2	30,6 ± 0,2	32,1 ± 0,2
66,0 ± 1,3	1,515	23,8 ± 0,2	27,1 ± 0,2	29,5 ± 0,2	31,5 ± 0,1	33,1 ± 0,2
		24,1 ± 0,1	27,2 ± 0,1	29,5 ± 0,2	31,4 ± 0,2	33,0 ± 0,2
71,2 ± 1,4	1,541	24,3 ± 0,1	27,7 ± 0,1	30,1 ± 0,2	32,1 ± 0,2	33,6 ± 0,3
		24,6 ± 0,1	27,7 ± 0,2	30,2 ± 0,2	32,1 ± 0,2	33,8 ± 0,2
76,9 ± 1,5	1,602	24,9 ± 0,2	28,3 ± 0,1	30,9 ± 0,1	33,1 ± 0,2	34,7 ± 0,4
		25,1 ± 0,1	28,4 ± 0,1	30,9 ± 0,2	32,9 ± 0,2	34,6 ± 0,2
84,2 ± 1,7	1,595	25,2 ± 0,2	28,8 ± 0,3	31,9 ± 0,2	34,0 ± 0,2	36,2 ± 0,2
		25,5 ± 0,1	28,9 ± 0,1	31,5 ± 0,2	33,7 ± 0,2	35,5 ± 0,2
91,5 ± 1,8	1,776	26,4 ± 0,3	30,1 ± 0,3	33,1 ± 0,2	35,3 ± 0,2	37,6 ± 0,4
		26,6 ± 0,1	29,9 ± 0,2	32,6 ± 0,2	34,8 ± 0,2	36,7 ± 0,2
99,1 ± 2,0	1,773	26,7 ± 0,2	30,8 ± 0,1	33,9 ± 0,2	36,4 ± 0,3	38,5 ± 0,4
		26,9 ± 0,1	30,4 ± 0,2	33,2 ± 0,2	35,5 ± 0,2	37,5 ± 0,2
114,1 ± 2,3	1,808	27,6 ± 0,2	32,0 ± 0,1	35,3 ± 0,3	37,9 ± 0,5	40,2 ± 0,9
		27,8 ± 0,1	31,4 ± 0,2	34,4 ± 0,2	36,9 ± 0,2	39,1 ± 0,2
121,2 ± 2,4	1,835	28,0 ± 0,4	32,6 ± 0,4	36,0 ± 0,2	38,7 ± 0,4	41,0 ± 0,6
		28,2 ± 0,1	31,9 ± 0,2	35,0 ± 0,2	37,6 ± 0,2	39,8 ± 0,2

Экспериментальные (числитель) и расчетные (знаменатель) значения эффективной энергии излучения (кэВ) при разных величинах толщины тестового фильтра, анодного напряжения и соответствующих значениях суммарной фильтрации излучения

Анодное напряжение, кВ	Суммарная фильтрация излучения, мм Al	Толщина тестового алюминиевого фильтра, мм							
		0,001	0,01	0,1	1	2	3	4	5
52,4 ± 1,0	1,432	21,1 ± 0,1	21,1 ± 0,1	21,3 ± 0,1	22,5 ± 0,1	23,8 ± 0,1	24,7 ± 0,1	25,6 ± 0,1	26,3 ± 0,1
54,2 ± 1,1	1,437	21,2 ± 0,1	21,3 ± 0,1	21,4 ± 0,1	22,7 ± 0,2	24,0 ± 0,1	25,0 ± 0,1	25,9 ± 0,1	26,6 ± 0,1
61,1 ± 1,2	1,463	21,8 ± 0,1	21,8 ± 0,1	22,0 ± 0,1	23,3 ± 0,1	24,7 ± 0,1	25,8 ± 0,1	26,8 ± 0,1	27,6 ± 0,1
66,0 ± 1,3	1,515	22,3 ± 0,1	22,3 ± 0,1	22,5 ± 0,1	23,8 ± 0,2	25,2 ± 0,1	26,4 ± 0,1	27,4 ± 0,1	28,3 ± 0,1
71,2 ± 1,4	1,541	22,7 ± 0,1	22,7 ± 0,1	22,9 ± 0,1	24,3 ± 0,1	25,7 ± 0,1	26,9 ± 0,1	27,9 ± 0,1	28,8 ± 0,1
76,9 ± 1,5	1,602	23,3 ± 0,1	23,3 ± 0,1	23,5 ± 0,1	24,9 ± 0,2	26,4 ± 0,1	27,6 ± 0,1	28,7 ± 0,1	29,6 ± 0,1
84,2 ± 1,7	1,595	23,6 ± 0,1	23,6 ± 0,1	23,8 ± 0,1	25,2 ± 0,2	26,8 ± 0,1	28,1 ± 0,1	29,3 ± 0,1	30,3 ± 0,1
91,5 ± 1,8	1,776	24,7 ± 0,1	24,7 ± 0,1	24,9 ± 0,1	26,4 ± 0,3	28,0 ± 0,1	29,4 ± 0,1	30,6 ± 0,1	31,6 ± 0,1
99,1 ± 2,0	1,773	25,0 ± 0,1	25,0 ± 0,1	25,2 ± 0,1	26,7 ± 0,2	28,5 ± 0,1	29,9 ± 0,1	31,2 ± 0,1	32,3 ± 0,1
114,1 ± 2,3	1,808	25,7 ± 0,1	25,7 ± 0,1	25,9 ± 0,1	27,6 ± 0,2	29,5 ± 0,1	31,1 ± 0,1	32,4 ± 0,1	33,6 ± 0,1
121,2 ± 2,4	1,835	26,1 ± 0,1	26,1 ± 0,1	26,3 ± 0,1	28,0 ± 0,4	30,0 ± 0,2	31,6 ± 0,2	33,0 ± 0,2	34,2 ± 0,1

щины алюминиевого тестового фильтра от 0,01 мм. Поэтому для независимости расчетных значений эффективной энергии от толщины алюминиевого тестового фильтра достаточно использовать значение последней, равное 0,01 мм.

Формулой (7) можно воспользоваться для оценки граничных значений эффективной энергии излучений, применяемых в рентгенодиагностике [6]. Результаты расчета указанных граничных значений для толщины алюминиевого тестового фильтра 0,01 мм и условия получения этих значений приведены в табл. 3.

Таблица 3

Расчетные граничные значения эффективной энергии при соответствующих значениях анодного напряжения и суммарной фильтрации излучения

Анодное напряжение, кВ	Суммарная фильтрация излучения, мм Al	Эффективная энергия излучения, кэВ
40	2	21,7 ± 0,4
150	50	87,8 ± 2,6

Из табл. 3 видно, что полученные минимальное и максимальное значения эффективной энергии соответствуют указанному выше диапазону от 20 до 90 кэВ.

Итак, получено выражение, позволяющее с достаточной низкой для практических применений погрешностью вычислить значение эффективной энергии тормозного рентгеновского излучения по известным величинам толщины тестового фильтра, суммарной фильтрации пучка рентгеновского излучения и анодного напряжения рентгеновского аппарата.

Список литературы:

1. Рентгенотехника. Справочник. В 2-х кн. Кн. 1. / Под общ. ред. В.В. Клюева. – М.: Машиностроение, 1992. 480 с.

2. Ставицкий Р.В., Блинов Н.Н., Рабкин И.Х., Лебедев Л.А. Радиационная защита в медицинской рентгенологии. – М.: Кабур, 1994. 272 с.
3. Петрушанский М.Г., Корнев Е.А. К определению эффективной энергии смешанного пучка рентгеновского излучения // Медицинская техника. 2006. № 2. С. 46-49.
4. Петрушанский М.Г., Корнев Е.А., Пищухин А.М. Определение погрешности расчета эффективной энергии смешанного пучка рентгеновского излучения // Медицинская техника. 2006. № 3. С. 20-22.
5. Berger M.J., Hubbell J.H. XCOM: Photon Cross Sections on a Personal Computer. Version 3.1. National Bureau of Standards, 1999.
6. ГОСТ Р МЭК 61267-2001 Аппараты рентгеновские медицинские диагностические. Условия излучения при определении характеристик.
7. Петрушанский М.Г. Расчет коэффициента пропускания тормозного рентгеновского излучения тестовым фильтром // Медицинская техника. 2008. № 6. С. 27-31.
8. Петрушанский М.Г. К вопросу определения первого слоя половинного ослабления рентгеновского излучения // Медицинская техника. 2009. № 5. С. 16-18.
9. Петрушанский М.Г. Сравнительный анализ экспериментальных и расчетных значений эффективной энергии смешанного пучка тормозного рентгеновского излучения / Современные информационные технологии в науке, образовании и практике. Материалы VI Всероссийской научно-практической конференции (с международным участием). – Оренбург: ИПК ГОУ ОГУ, 2007. С. 334-336.

Михаил Георгиевич Петрушанский,
канд. техн. наук, доцент,
кафедра проектирования и технологии
радиоэлектронных средств,
ФГБОУ ВПО «Оренбургский государственный университет»,
г. Оренбург,
e-mail: pmg74@inbox.ru